

VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS

Rosita BIRVYDIENĖ

# SUNKIO LAUKO NEVIENALYTIŠKUMO TYRIMŲ METODIKOS TOBULINIMAS

DAKTARO DISERTACIJA

TECHNOLOGIJOS MOKSLAI,  
MATAVIMŲ INŽINERIJA (10T)



LEIDYKLA  
Vilnius TECHNIKA 2014

Disertacija rengta 2010–2014 metais Vilniaus Gedimino technikos universitete.

**Vadovai:**

prof. habil. dr. Petras PETROŠKEVIČIUS (Vilniaus Gedimino technikos universitetas, matavimų inžinerija – 10T), (2012–2014),

prof. habil. dr. Vytautas GINIOTIS (Vilniaus Gedimino technikos universitetas, matavimų inžinerija – 10T), (2010–2012).

Vilniaus Gedimino technikos universiteto Matavimų inžinerijos mokslo krypties disertacijos gynimo taryba:

**Pirmininkas**

doc. dr. Domantas BRUČAS (Vilniaus Gedimino technikos universitetas, matavimų inžinerija – 10T).

**Nariai:**

dr. Darius GAILIUS (Kauno technologijos universitetas, matavimų inžinerija – 10T),

prof. habil. dr. Kazys KAZLAUSKAS (Vilniaus universitetas, informatika – 09P),

habil. dr. Saulius ŠLIAUPA (Gamtos tyrimų centras, geologija – 05P),

habil. dr. Pawel Aleksander WIELGOSZ (Varmijos ir Mozūrijos universitetas Olštyne, matavimų inžinerija – 10T).

Disertacija bus ginama viešame Matavimų inžinerijos mokslo krypties disertacijos gynimo tarybos posėdyje **2014 m. gruodžio 18 d. 10 val.** Vilniaus Gedimino technikos universiteto senato posėdžių salėje.

Adresas: Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lietuva.

Tel.: (8 5) 274 4956; faksas (8 5) 270 0112; el. paštas doktor@vgtu.lt

Pranešimai apie numatomą ginti disertaciją išsiųsti 2014 m. lapkričio 17 d.

Disertaciją galima peržiūrėti interneto svetainėje <http://dspace.vgtu.lt/> ir Vilniaus Gedimino technikos universiteto bibliotekoje (Saulėtekio al. 14, LT-10223 Vilnius, Lietuva).

VGTU leidyklos TECHNIKA 2288-M mokslo literatūros knyga

ISBN 978-609-457-735-2

© VGTU leidykla TECHNIKA, 2014

© Rosita Birvydienė, 2014

*rosita.birvydiene@vgtu.lt*

VILNIUS GEDIMINAS TECHNICAL UNIVERSITY

Rosita BIRVYDIENĖ

# AN IMPROVEMENT OF A METHODOLOGY FOR THE RESEARCH OF GRAVITY FIELD NON-HOMOGENEITY

DOCTORAL DISSERTATION

TECHNOLOGICAL SCIENCES,  
MEASUREMENT ENGINEERING (10T)



LEIDYKLA  
Vilnius TECHNIKA 2014

Doctoral dissertation was prepared at Vilnius Gediminas Technical University in 2010–2014.

**Supervisors:**

Prof Dr Habil Petras PETROŠKEVIČIUS (Vilnius Gediminas Technical University, Measurement Engineering – 10T), (2012–2014),

Prof Dr Habil Vytautas GINIOTIS (Vilnius Gediminas Technical University, Measurement Engineering – 10T), (2010–2012).

The Dissertation Defense Council of Scientific Field of Measurement Engineering of Vilnius Gediminas Technical University:

**Chairman**

Assoc Prof Dr Domantas BRUČAS (Vilnius Gediminas Technical University, Measurement Engineering – 10T).

**Members:**

Dr Darius GAILIUS (Kaunas University of Technology, Measurement Engineering – 10T),

Prof Dr Habil Kazys KAZLAUSKAS (Vilnius University, Informatics – 09P),

Dr Habil Saulius ŠLIAUPA (Nature Research Center, Geology – 05P),

Dr Habil Pawel Aleksander WIELGOSZ (University of Warmia and Mazury in Olsztyn, Measurement Engineering – 10T).

The dissertation will be defended at the public meeting of the Dissertation Defense Council of Measurement Engineering in the Senate Hall of Vilnius Gediminas Technical University at **10 a. m. on 18 December 2014.**

Address: Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania.

Tel.: +370 5 274 4956; fax +370 5 270 0112; e-mail: doktor@vgtu.lt

A notification on the intend defending of the dissertation was send on 17 November 2014.

A copy of the doctoral dissertation is available for review at the Internet website <http://dspace.vgtu.lt/> and at the Library of Vilnius Gediminas Technical University (Saulėtekio al. 14, LT-10223 Vilnius, Lithuania).



# Reziumė

Disertacijoje patobulinta sunkio lauko nevienalytiškumo tyrimų metodika, įvertinanti normalinio ir realaus sunkio laukų ekvipotencialinių paviršių antilygiagretumą, bei sunkio ir koordinatinių sistemų skirtumus, kuri gali būti taikoma gravimetriniams duomenims redukuoti, taškų normalinių aukščių skirtumams nustatyti, geoido ir kvazigeoido formai patikslinti, sprendžiant įvairius geodezinius ir kitus uždavinius. Patobulinta trikdymo potencialo poveikio sunkio lauko elementams įvertinimo metodika gali būti taikoma geodeziniais, gravimetriniams bei geodezinės astronomijos matavimų duomenims į vieną epochą redukuoti.

Disertaciją sudaro įvadas, trys skyriai ir rezultatų apibendrinimas, naudotos literatūros ir autorės mokslinių publikacijų disertacijos tema sąrašai bei santrauka anglų kalba.

Įvade aptariama tiriamoji problema, darbo aktualumas, aprašomas tyrimų objektas, formuluojamas darbo tikslas bei uždaviniai, aprašoma tyrimų metodika, darbo mokslinis naujumas, darbo rezultatų praktinė reikšmė, ginamieji teiginiai. Įvado pabaigoje pristatomos disertacijos tema autorės paskelbtos mokslinės publikacijos ir pranešimai konferencijose bei disertacijos struktūra.

Pirmajame skyriuje, remiantis moksline literatūra, atlikta sunkio lauko nevienalytiškumo ir jo kitimo tyrimų analizė. Išryškintos su sunkio lauko tyrimais susijusios problemos, gravimetrinio metodo privalumai ir trūkumai, suformuluoti disertacinio darbo uždaviniai.

Antrajame skyriuje, remiantis potencialo teorija, išnagrinėta Žemės normalinio ir anomalinio sunkio laukų nevienalytiškumo įvertinimo metodika. Pateikti dažniau naudojami normaliniai sunkio laukai. Pateikti kvarcinių automatinių gravimetrų tyrimų rezultatai. Ištirtas trikdymo potencialo poveikis sunkio lauko elementams, susietiems su geodeziniais matavimais.

Trečiajame skyriuje atliktas sunkio lauko nevienalytiškumo vertinimas Lietuvos teritorijoje, nustatytas ryšys tarp sunkio sistemų, įvertintas Bouguer anomalijų žemėlapis ir geopotencialo modelių tikslumas, patikslinti gravimetriniai duomenys kvazigeoidui nustatyti.

Disertacijos tema yra atspausdinta 10 mokslinių straipsnių: trys – duomenų bazėse, įtrauktose į „ISI Web of Science“ sąrašą; vienas – duomenų bazės „ISI Proceedings“ leidiniuose; trys – kitų tarptautinių duomenų bazių leidiniuose, vienas – recenzuojamoje tarptautinės konferencijos medžiagoje, du – kitose tarptautinių ir respublikinių konferencijų medžiagose. Disertacijoje atliktų tyrimų rezultatai buvo paskelbti dešimtyje mokslinių konferencijų Lietuvoje ir užsienyje.

# Abstract

Dissertation improves methodology for assessment of the non-homogeneity of the gravity field dealing with non-parallelity of equipotential surface of the normal and real gravity fields, and the differences among the gravity and coordinate systems that can be used to reduce gravimetric data, to determine normal heights differences, to clarify the geoid and quasigeoid shape and for many other tasks. Improved methodology for assessment of disturbing potential impact to gravity field elements can be applied to geodetic, gravimetric and geodetic – astronomical measurements data reduction to the same epoch.

The dissertation consists of introduction, three chapters, general conclusions, the list of references, the list of author's publication on the topic of the dissertation and summary in English.

The introduction describes the investigated problem and topicality of the work and the object of research, presents the aim and task of the work, the research methodology, scientific novelty and practical value of the doctoral work and defended propositions. At the end the author's publications and reports made in various conferences are presented either the structure of thesis.

The first chapter contains a review of research works on gravity field non-homogeneity and analysis of its variation, discusses the problems related to gravity field investigations, the advantages and disadvantages of the gravimetric method, and formulates the research objectives.

The second chapter, based on the potential theory, describes the evaluation methodology of Earth normal and disturbing gravity field non-homogeneity. The most popular in use normal gravity fields are presented. The results of investigation of automatic quartz gravimeters are presented. The impact of the disturbing potential to the gravity field elements, related to geodetic measurements, was investigated.

The third chapter gives the assessment on the non-homogeneity of the gravity field in territory of Lithuania. The relation between gravity systems was determined and the assessment of Lithuanian gravimetric Bouguer anomaly map accuracy was carried out. The evaluation of two global gravity models for Lithuanian territory was performed. The data of gravimetric measurements were revised in order to improve the quasigeoid model.

Dissertation topic is printed in 10 scientific articles, three – in the databases included in the ISI Web of Science's list; one – the database ISI Proceedings' publications; three – other international publications databases, one – in international conferences, two – in other international and national conference proceedings. On the topic of dissertation presentations were made in ten conferences in Lithuania and abroad.

---

# Žymėjimai

## Simboliai

Gal – Galas,  $1 \text{ Gal} = 1 \text{ cm/s}^2$ ,  $1 \text{ mGal} = 10^{-5} \text{ m/s}^2 = 10 \text{ } \mu\text{m/s}^2$ ,  $1 \text{ } \mu\text{Gal} = 10^{-8} \text{ m/s}^2 = 10 \text{ nm/s}^2$ ;

$GM$  – geocentrinė gravitacijos konstanta;

$a$  – Žemės elipsoido didžioji pusašė;

$V$  – traukos potencialas;

$Q$  – išcentrinės jėgos potencialas;

$U$  – normalinis potencialas;

$T$  – trikdymo (anomalinis) potencialas.

## Santrumpos

BIPM – Tarptautinis svorsčių ir matų biuras (pranc. *Bureau International des Poids et Mesures*);

CHAMP – (angl. *CHAllenging Minisatellite Payload*);

DŽP – dirbtinis Žemės palydovas;

ECGN – Europos jungtinis geodezinis tinklas (angl. *European Combined Geodetic Network*);

ESA – Europos kosmoso agentūra (angl. *European Space Agency*);

FGI – Suomijos geodezijos institutas (angl. *Finnish Geodetic Institute*);

GOCE – (angl. *Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer*);  
GRACE – (angl. *Gravity Recovery and Climate Experiment*);  
GRS 80 – Geodezinė atraminė sistema 1980 (angl. *Geodetic Reference System*);  
IAG – Tarptautinė geodezijos asociacija (angl. *International Association of Geodesy*);  
IGFS – Tarptautinė sunkio lauko tarnyba (angl. *International Gravity Field Service*);  
IGSN71 – Pasaulinis norminis sunkio tinklas 1971 (angl. *International Gravity Standardization Net 1971*);  
IUGG – Tarptautinė geodezijos ir geofizikos sąjunga (angl. *International Union of Geodesy and Geophysics*);  
LAS07 – Lietuvos aukščių sistema;  
LSS07 – Lietuvos sunkio sistema;  
NGA (angl. *National Geospatial-Intelligence Agency*, NIMA);  
NKG – Šiaurės šalių komisija (angl. *Nordic Geodetic Commission*);  
SG – superlaidus gravimetras (angl. *Superconductive Gravimeter*).

---

# Turinys

IVADAS .....	1
Problemos formulavimas .....	1
Darbo aktualumas .....	2
Tyrimų objektas .....	3
Darbo tikslas .....	3
Darbo uždaviniai .....	3
Tyrimų metodika .....	3
Darbo mokslinis naujumas .....	3
Darbo rezultatų praktinė reikšmė .....	4
Ginamieji teiginiai .....	4
Darbo rezultatų aprobavimas .....	5
Disertacijos struktūra .....	5
Padėka .....	5
1. SUNKIO LAUKO TYRIMŲ ANALIZĖ .....	7
1.1. Informacijos apie sunkio lauką poreikis .....	7
1.2. Sunkio lauko tyrimų metodika ir jos ypatumai .....	11
1.3. Gravimetrinis metodas, jo vystymasis ir jo galimybės .....	14
1.4. Gravimetrinių matavimų Lietuvos teritorijoje apžvalga .....	24
1.5. Pirmojo skyriaus išvados ir disertacijos uždavinių formulavimas .....	28

2. ŽEMĖS NORMALINIO IR ANOMALINIO SUNKIO LAUKŲ NEVIENALYTIŠKUMO TYRIMO METODIKA .....	31
2.1. Vienalyčio normalinio lauko samprata.....	32
2.2. Centrinio normalinio lauko nevienalytiškumas .....	34
2.3. Elipsoidinio normalinio sunkio lauko nevienalytiškumo įvertinimas.....	36
2.3.1. Elipsoidinis normalinis sunkio laukas .....	36
2.3.2. Normalinio lauko vertikaliojo gradiento radimas .....	39
2.3.3. Jėgų linijų kreivumo įvertinimas .....	40
2.3.4. Ekvipotencialinių paviršių antilygiagretumo įvertinimas .....	41
2.4. Sunkio matavimų metodika.....	43
2.4.1. Kvarcinių automatinų gravimetrų kalibravimo koeficientų kitimo tyrimas .....	44
2.4.2. Automatinų gravimetrų nulinio slinkties tyrimas .....	46
2.4.3. Matavimų gravimetrais Scintrex CG-5 metodika ir tikslumas.....	50
2.5. Sunkio anomalijų nustatymo metodika .....	57
2.5.1. Sunkio pagreičio redukavimas.....	57
2.5.2. Sunkio pagreičio nustatymas pagal gravimetrinį žemėlapi.....	58
2.5.3. Sunkio anomalijų laisvame ore nustatymas .....	59
2.5.4. Bouguer anomalijų nustatymas .....	60
2.6. Realaus ir normalinio sunkio laukų ekvipotencialinių paviršių nesutapimo įvertinimas .....	60
2.7. Trikdymo potencialo poveikio sunkio lauko elementams nustatymo metodika.....	61
2.7.1. Trikdymo potencialo poveikis sunkio laukui.....	61
2.7.2. Poveikio sunkiui įvertinimas.....	63
2.7.3. Ekvipotencialinio paviršiaus deformacijos įvertinimas .....	63
2.7.4. Vertikalės nuokrypio įvertinimas.....	64
2.7.5. Poveikio aukščių skirtumui įvertinimas .....	66
2.8. Materialaus taško arba vienalyčio rutulio poveikio sunkio laukui nustatymas.....	66
2.9. Vienalyčio kūno trikdančio poveikio nustatymo metodika .....	69
2.9.1. Trikdymo potencialas .....	69
2.9.2. Trikdymo jėgos projekcijos x ašyje radimas.....	70
2.9.3. Trikdymo jėgos projekcijos y ašyje radimas.....	73
2.9.4. Trikdymo jėgos projekcijos z ašyje radimas.....	76
2.9.5. Kūno trikdančio poveikio sunkiui įvertinimas.....	79
2.9.6. Kūno trikdančio poveikio vertikalės nuokrypio dedamajai dienovidinyje ir pirmajame vertikale įvertinimas .....	80
2.9.7. Kūno poveikio sunkio lauko elementams įvertinimas .....	83
2.10. Antrojo skyriaus išvados .....	86
3. SUNKIO LAUKO NEVIENALYTIŠKUMO VERTINIMAS .....	89
3.1. Ryšio tarp sunkio sistemų nustatymas.....	89
3.2. Gravimetrinio Bouguer anomalijų žemėlapio tikslumo įvertinimas.....	92
3.3. Sunkio pagreičio skirtumų skaitmeninio modelio įvertinimas .....	94
3.4. Gravimetrinių duomenų kvazigeoidui nustatyti patikslinimas .....	96
3.5. Ekvipotencialinių paviršių antilygiagretumo nustatymo galimybių įvertinimas ...	98
3.6. Geopotencialo modelio Lietuvos teritorijoje įvertinimas .....	101

3.7. Trečiojo skyriaus išvados .....	106
BENDROSIOS IŠVADOS .....	109
LITERATŪRA IR ŠALTINIAI.....	113
AUTORĖS MOKSLINIŲ PUBLIKACIJŲ DISERTACIJOS TEMA SĄRAŠAS.....	123
SUMMARY IN ENGLISH.....	125
PRIEDAI.....	143
A priedas. Bendraautorių sutikimai teikti publikacijose skelbtą medžiagą mokslo daktaro disertacijoje.....	144
B priedas. Autorės mokslinių publikacijų disertacijos tema kopijos.....	157





---

# Contents

INTRODUCTION .....	1
Problem formulation.....	1
Relevance of the thesis .....	2
Research object .....	3
Aim of the work .....	3
Tasks of the work .....	3
Methodology of research .....	3
Scientific novelty .....	3
Practical value .....	4
Defended statements .....	4
Approval of research findings .....	5
Structure of the thesis .....	5
Acknowledgements .....	5
1. ANALYSIS OF THE GRAVITY FIELD RESEARCH .....	7
1.1. The need for information on the gravity field .....	7
1.2. Methodology of the gravity field research and its peculiarities .....	11
1.3 Gravimetric method, its development and potential .....	14
1.4. Overview of the Gravimetric measurements in Lithuanian territory .....	24
1.5. Conclusions of the Chapter 1 of and the formulation of the tasks of the Thesis ..	28

2. METHODOLOGY OF THE RESEARCH ON NON-HOMOGENEITY OF THE EARTH'S NORMAL AND ANOMALOUS GRAVITY FIELD .....	31
2.1. Concept of homogeneous normal field .....	32
2.2. Non-homogeneity of the Central normal field .....	34
2.3. Evaluation of non-homogeneity of ellipsoidal normal gravity field .....	36
2.3.1. Ellipsoidal normal gravity field .....	36
2.3.2. Determination of vertical gradient of normal field .....	39
2.3.3. Evaluation of the curvature of the plumb lines .....	40
2.3.4. Evaluation of non-parallelity of the equipotential surfaces .....	41
2.4. Methodology of the gravity measurement .....	43
2.4.1. Investigation of the calibration coefficient's variation of the automatic quartz gravimeters .....	44
2.4.2. Investigation of the drift of automatic gravimeters .....	46
2.4.3. Methodology and accuracy of measurements with Scintrex CG-5 gravimeters .....	50
2.5. Procedure for the determination of gravity anomalies .....	57
2.5.1. Reduction of the gravity acceleration .....	57
2.5.2. Determination of the gravity acceleration from gravimetric map .....	58
2.5.3. Determination of the free air anomalies .....	59
2.5.4. Determination of the Bouguer anomalies .....	60
2.6. Estimation of misalignment of equipotential surface of the real and normal gravity fields .....	60
2.7. Methodology for the determination of disturbing potential impact to gravity elements .....	61
2.7.1. Impact of disturbing potential to gravity .....	61
2.7.2. Assessment of the impact to gravity .....	63
2.7.3. Assessment of deformation of equipotential surface .....	63
2.7.4. Assessment of the vertical deflection .....	64
2.7.5. Assessment of the height difference .....	66
2.8. Determination of the impact of material point or homogeneous sphere to gravity field .....	66
2.9. Methodology for the determination of the impact of homogeneous body .....	69
2.9.1. Disturbing potential .....	69
2.9.2. Finding of disturbing force projection to axis x .....	70
2.9.3. Finding of disturbing force projection to axis y .....	73
2.9.4. Finding of disturbing force projection to axis z .....	76
2.9.5. Assessment of the body's disturbing impact to gravity .....	79
2.9.6. Assessment of the body's disturbing impact to the components of vertical deflection in the meridian and prime vertical .....	80
2.9.7. Assessment of the body's impact to elements of gravity field .....	83
2.10. Conclusions of the Chapter 2 .....	86
3. EVALUATION OF THE GRAVITY FIELD NON-HOMOGENEITY .....	89
3.1. Determination of the relation between gravity systems .....	89
3.2. Evaluation of the accuracy of gravimetric Bouguer anomalies map .....	92

3.3. Assessment of the digital model of the gravity acceleration differences .....	94
3.4. Correction of gravimetric data set for determination of quasigeoid .....	96
3.5. Investigation on the determination feasibility of the non-parallelity of the gravity field equipotential surfaces .....	98
3.6. Evaluation of the geopotential model in the territory of Lithuania .....	101
3.7. Conclusions of the Chapter 3 .....	106
GENERAL CONCLUSIONS .....	109
REFERENCES .....	113
LIST OF SCIENTIFIC PUBLICATIONS OF THE AUTHOR ON THE TOPIC OF THE THESIS .....	123
SUMMARY IN ENGLISH .....	125
ANNEXES .....	143
Annex A. Agreements of co-authors to provide published materials in the thesis ....	144
Annex B. Author's scientific publications on the topic of the thesis .....	157



---

# Ivadas

## Problemos formulavimas

Geodeziniai matavimai atliekami Žemės sunkio lauke, kuris mažesnio tikslumo darbuose dažnai priimamas kaip vienalytis. Tačiau Žemės sunkio laukas yra nevienalytis. Sunkis Žemės paviršiaus taškuose, esančiuose, kad ir nedideliame plote, yra nepastovus tiek savo reikšme, tiek kryptimi. Prieš apdorojant tikslųjų geodezinių matavimų duomenis, pirmiausia juos reikia redukuoti į priimtą koordinatinių ir sunkio sistemą tam tikrai epochai. Tam tikslui reikalinga informacija apie sunkio lauką. Didėjantis geodezinių ir gravimetrinių matavimų tikslumas, naujų kosminės geodezijos ir geodezinės astronomijos metodų taikymas reikalauja detalesnės ir tikslesnės informacijos apie sunkio lauką ir jo pakitimus laiko bėgyje.

Pagrindinę informaciją sunkio lauko nevienalytiškumo tyrimuose teikia gravimetriniai matavimai. Šiuo metu matavimuose priimamą sunkio sistemą apibrėžia tikslieji absoliutiniai balistiniai sunkio matavimai, tačiau santykiniuose matavimuose pirmenybė teikiama statiniams gravimetrams. Naujas galimybes sunkio lauko tyrimuose atveria naujų automatinių kvarcinių gravimetrų panaudojimas. Todėl svarbu atlikti šių gravimetrų detalius tyrimus, siekiant tobulinti matavimų jais metodiką.

Atliekant sunkio lauko tyrimus jis dalomas į normalinį sunkio lauką, kuris užsiduodamas, ir anomalinį, kuris išreiškia realaus sunkio lauko nukrypimą nuo normalinio. Geodezijoje dažnai priimama, kad normalinį sunkio lauką sukuria Žemės elipsoidas, tačiau geodeziniais uždaviniais spręsti gali būti naudojami ir kiti normaliniai sunkio laukai, priklausomai nuo geodezinių darbų pobūdžio, užimamos teritorijos bei sprendžiamų uždavinių sudėtingumo. Geodeziniuose darbuose dažnai tenka naudoti gravimetrinius ir geodezinius duomenis, susietus su įvairiais normaliniais laukais, skirtingomis sunkio ir koordinacių sistemomis, todėl yra aktualūs teoriniai normalinių ir su jais susietų anomalinių laukų nevienalytiškumo tyrimai, įvertinant sunkio ir koordinacių sistemų skirtumus.

Sunkio lauką keičia įvairios trikančios jėgos (dangaus kūnų traukos, Žemės polių judėjimo, grunto vandens lygio svyravimų, geodinaminių ir technogeninių procesų ir kt.), todėl svarbus tų jėgų poveikio įvertinimas ne tik sunkiui, kas paprastai yra atliekama, bet taip pat ir jo kryptiniai bei su ja susieti sunkio lauko elementams.

Būtina tobulinti normalinio ir anomalinio sunkio laukų nevienalytiškumo tyrimų metodiką, apimant tiek gilesnę sunkio lauko ir jo pakitimų teorinę analizę, tiek tiksluosius gravimetrinius matavimus pačiomis naujausiomis priemonėmis.

## Darbo aktualumas

Patobulinta sunkio lauko nevienalytiškumo tyrimų metodika kartu su naujausiu gravimetrinių prietaisų panaudojimu sudaro galimybę gauti tikslesnę ir detalesnę informaciją apie sunkio lauką ir jo pakitimus. Tai svarbu ne tik kuriant šiuolaikinę geodezinę pagrindą, sudarant geodezinius ir gravimetrinius tinklus, bet taip pat sprendžiant įvairius geodezinius uždavinius: redukuojant geodezinių, geodezinės astronomijos bei gravimetrinių matavimų duomenis, nustatant sunkio lauko jėgų linijų bei ekvipotencialinių paviršių, geoido ir kvazigeoido, formą, pasirenkant aukščių sistemas, nustatant geopotencialinius skaičius bei Žemės paviršiaus taškų aukščius. Tikslesnė informacija apie sunkio lauką sudaro galimybę nustatyti normalinius aukščius kosminės geodezijos metodais, nenaudojant darbui imlaus geometrinio niveliavimo. Tai užtikrina didesnę geodezinių darbų, atliekamų unikaliuose objektuose (tuneliuose, hidrotechniniuose įrenginiuose, elementarių dalelių greitintuvuose, radioteleskopuose ir kitur), tikslumą jų statybos bei eksploatacijos laikotarpiu. Sunkio lauko nevienalytiškumo tyrimai taip pat svarbūs geodinaminiais ir geofiziniais tyrimams, naudingųjų iškasenų paieškai, navigacijai, raketų ir kosminių aparatų judėjimui, metrologijai ir kitiems darbams. Minėtiems uždaviniais spręsti aktualūs ir Lietuvos teritorijos sunkio lauko nevienalytiškumo tyrimai bei jų įvertinimas.

## Tyrimų objektas

Disertacijos tyrimų objektas – sunkio lauko nevienalytiškumas. Eksperimento objektas – Lietuvos teritorijos sunkio laukas.

## Darbo tikslas

Patobulinti Žemės sunkio lauko nevienalytiškumo tyrimų metodiką, taikant sunkio ir koordinacių sistemų skirtumų bei trikdymo potencialo poveikio sunkio lauko elementams vertinimą.

## Darbo uždaviniai

Darbo tikslui pasiekti reikia spręsti šiuos uždavinius:

1. Parengti patobulintą normalinio ir anomalinio sunkio laukų nevienalytiškumo tyrimų metodiką, įvertinant jėgų linijų kreivumą ir ekvipotencialinių paviršių antilygiagretumą.
2. Tobulinti matavimų automatiniais kvarciniais gravimetrais metodiką.
3. Parengti trikdymo potencialo poveikio sunkio lauko elementams, susietiams su geodeziniais matavimais, įvertinimo metodiką.
4. Taikant parengtą metodiką, įvertinti sunkio lauko nevienalytiškumą Lietuvos teritorijoje.

## Tyrimų metodika

Disertacijoje atliekami teoriniai ir eksperimentiniai Žemės sunkio lauko nevienalytiškumo tyrimai, taikant normalinio ir anomalinio laukų potencialo teoriją ir gravimetrinius matavimus.

## Darbo mokslinis naujumas

Disertaciniame darbe buvo gauti šie matavimų inžinerijos mokslui nauji rezultatai:

1. Parengta patobulinta sunkio lauko nevienalytiškumo tyrimų metodika, atsižvelgiant į sunkio lauko jėgų linijų kreivumą ir ekvipotencialinių pa-

viršių antilygiagretumą, normalinių laukų, Žemės plutos tankio bei sunkio, koordinacių ir aukščių sistemų pasikeitimus.

2. Patobulinta trikdymo potencialo poveikio sunkio lauko elementams, susietiems su geodeziniais matavimais, įvertinimo metodika.
3. Remiantis potencialo teorija parengta vienalyčio trikdymo kūno, turinčio stačiakampio gretasienio formą, poveikio sunkio laukui įvertinimo metodika, kurią naudojant galima gauti ne tik sunkio pokytį, bet taip pat ir vertikalės nuokrypį dienovidinyje ir pirmajame vertikale.
4. Taikant parengtą metodiką, pasiūlytas Potsdamo sistemos sunkio pagreičio pataisų, pereiti į naują sunkio sistemą, modelis, kurio pagalba gaunamos tikslesnės sunkio pagreičio reikšmės, nustatomos pagal gravimetrinį Bouguer anomalijų žemėlapi.

## **Darbo rezultatų praktinė reikšmė**

Patobulinta sunkio lauko nevienalytiškumo tyrimų ir trikdymo potencialo poveikio sunkio lauko elementams įvertinimo metodika gali būti taikoma geodeziniais, gravimetriniams bei geodezinės astronomijos matavimų duomenims redukuoti, taškų geopotencialiniams aukščiams nustatyti, geoido ir kvazigeoido formai patikslinti.

## **Ginamieji teiginiai**

1. Sunkio lauko nevienalytiškumo tyrimų metodikoje turi būti atsižvelgiama į realaus ir normalinio sunkio bei koordinacių sistemų skirtumus.
2. Trikdymo potencialo poveikio sunkio laukui įvertinimo metodikoje reikia įvertinti ne tik sunkio pokytį, bet taip pat ir vertikalės nuokrypį, kuris keičia geodezinių matavimų rezultatus.
3. Naudojant parengtą sunkio redukavimo metodiką ir naujus gravimetrinio tinklo matavimų duomenis, galima nustatyti gravimetrinio žemėlapio sistemingąsias paklaidas bei patikslinti ryšį tarp sunkio sistemų.



## Darbo rezultatų apibendrinimas

Disertacijos tema yra atspausdinta 10 mokslinių straipsnių: trys – duomenų bazėse, įtrauktose į „ISI Web of Science“ sąrašą (Paršeliūnas *et al.* 2010, 2013; Petroškevičius, Popovas *et al.* 2014); vienas – duomenų bazės „ISI Proceedings“ leidiniuose (Paršeliūnas *et al.* 2011); trys – kitų tarptautinių duomenų bazių leidiniuose (Birvydienė *et al.* 2009, 2010; Petroškevičius *et al.* 2011), vienas – recenzuojamoje tarptautinės konferencijos medžiagoje (Petroškevičius, Birvydienė *et al.* 2014), du – kituose leidiniuose (Birvydienė 2010; Паршялюнас *et al.* 2013).

Disertacijoje atliktų tyrimų rezultatai buvo paskelbti dešimtyje mokslinių konferencijų Lietuvoje ir užsienyje:

- Respublikinėje konferencijoje „*Civilinė inžinerija ir geodezija*“ 2010 m. Vilniuje;
- Respublikinėje mokslinėje – praktinėje konferencijoje „*Matavimų inžinerija ir GIS*“ 2010 m. Kaune;
- Tarptautinėje konferencijoje „*Aplinkos inžinerija*“ 2011, 2014 m. Vilniuje;
- Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencijoje „*Mokslas – Lietuvos ateitis*“ „*Civilinė inžinerija ir geodezija*“ 2011–2013 m. Vilniuje;
- Tarptautinėje konferencijoje „*Mechatronic Systems and Materials*“ 2012 m. Balstogėje, Lenkijoje ir 2013 m. Vilniuje;
- Tarptautiniame simpoziume „*VIII Hotine Marussi Symposium*“ 2013 m. Romoje, Italijoje.

## Disertacijos struktūra

Disertaciją sudaro įvadas, trys skyriai ir rezultatų apibendrinimas.

Darbo apimtis yra 141 puslapis su santrauka anglų kalba, neskaitant priedų, tekste panaudotos 135 numeruotos formulės, 42 paveikslai ir 11 lentelių. Rašant disertaciją buvo panaudoti 134 literatūros šaltiniai.

## Padėka

Nuoširdžiai dėkoju moksliniam vadovui prof. habil. dr. Petrui Petroškevičiui už suteiktus originalius mokslinius patarimus, kantrybę ir visokeriopą pagalbą bei pastabas ir pasiūlymus rengiant disertaciją.

Dėkoju Geodezijos instituto direktoriui Eimuntui Kazimierui Paršeliūnui ir visiems kolegoms už bendradarbiavimą, pagalbą ir palaikymą, artimiesiems ir draugams už paramą, kantrybę bei supratingumą doktorantūros studijų metu.

---

## Sunkio lauko tyrimų analizė

Skyriuje, remiantis moksline literatūra, atlikta sunkio lauko nevienalytiškumo ir jo kitimo tyrimų tema literatūros analizė. Išryškintos su sunkio lauko tyrimais susijusios problemos, gravimetrinio metodo privalumai ir trūkumai, suformuluoti disertacinio darbo uždaviniai. Šio skyriaus medžiaga paskelbta autorės straipsnyje (Birvydienė *et al.* 2009).

### 1.1. Informacijos apie sunkio lauką poreikis

Sunkis labai dažnai apibūdinamas kaip fenomenas, kurio prigimtį bandė paaiškinti daugelis mokslininkų, nors vienareikšmiškai atsakyti į šį klausimą taip ir nepavyko. J. Kepleris (1605), tyrinėdamas danų astronomo matavimų duomenis, nors ir negalėdamas atsakyti į klausimą, kas yra sunkis, matematiškai detalai nusakė planetų orbitas, vėliau jo teorijos įgavo Keplerio dėsnų pavadinimą. I. Niutonas (1687), stebėdamas nuo medžio krentantį obuolį, aprašė sunkio jėgą matematiškai. Arčiausiai atsakymo buvo A. Einšteinas savo darbe „Bendrieji reliatyvumo teorijos pagrindai“ (1916) įrodęs, jog sunkis yra daugiau nei vien jėga. Visgi net ir neturint atsakymo, kas iš tikrųjų yra sunkis, šiuolaikinės technologijos leidžia tiksliai nustatyti sunkio lauką bet kuriame taške.

Sunkio lauko nustatymas svarbus daugeliui gamtos bei inžinerinių mokslo sričių, o geodezija yra tik viena iš jų. Fizikoje, metrologijoje, geofizikoje, geodinamikoje, kosmonautikoje, navigacijoje naudojama informacija apie sunkį, ribotai ji taikoma ir kasyboje, statybos inžinerijoje bei archeologijoje (Torge 1989; Vitushkin 2011).

Fizikoje naudojamas sunkio pagreitis reikalingas nustatant jėgos vienetą bei jos išvestinius dydžius. Su šia metrologine problema tiesiogiai susijusi mechanikos sritis. Tarptautinėje vienetų sistemoje SI jėgos matavimo vienetu laikomas Niutonas N. 1 N jėga suteikia pagreitį  $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  kūnui, kurio masė lygi 1 kg. Kadangi masė šiuo metu gali būti nustatoma su neapibrėžtimi  $10^{-8}$  eilės, jėgos nustatymui reikalingos žinios apie sunkį konkrečioje vietoje. Tokie dydžiai, kaip slėgis (vienetas Paskalis), darbas (vienetas Džaulis), galia (vienetas Vatas), yra išvestiniai jėgos dydžiai, todėl irgi priklausomi nuo sunkio. Todėl fizikos-technikos laboratorijose, įsikūrusiose nacionalinėse standartų institucijose, mokslo laboratorijose ar kompanijose, atliekančiose atitinkamus matavimus arba gaminančiose tam specialią įrangą, reikalingi sunkio duomenys, įvedant jėgos ir išvestinių dydžių standartus (Groten 2004; Navarro, Acoleyen 2007). Tokiems darbams reikalingas aukšto tikslumo sunkio nustatymas ( $10^{-8}$  g), tuo tarpu techniniams tikslams pakanka mažesnio tikslumo ( $10^{-6}$  g).

Gravitacijos konstanta  $G$  yra bazinis fizikinis dydis. Jos nustatymas svarbus Žemės mokslams bei astronomijai. Žinant dangaus kūno konstantą  $GM$  ( $M$  – kūno masė), galima paskaičiuoti jo masę ir vidutinį tankį.  $G$  reikšmės reikalingos ir laboratorijose, kuomet uolienu tankis lyginamas su gravimetriniais matavimais arba naudojant geofizinius modelius gautomis tankio reikšmėmis. Gravitacijos konstantos  $G$  nustatymui naudojami tiek laboratoriniai, tiek lauko matavimai (Navarro, Acoleyen 2007). Laboratoriniams matavimams naudojamos sukamosios svarstyklės, taikomas Kavendišo metodas. Lauko matavimuose geofiziniais metodais konstanta  $G$  nustatoma atliekant sunkio matavimus vertikaliojoje profilyje, t. y. ant Žemės paviršiaus ir tam tikrame gylyje, priimant, kad uolienu tankis yra žinomas, o sunkis keičiasi, kintant aukščiui.

Kietosios Žemės fizika, kaip geofizikos šaka, tiria kietąją Žemę (ir kitus dangaus kūnus) fizikiniais metodais ir naudoja rezultatus statiniams ir dinaminiais Žemės modeliams, kurie dar skirstomi į pasaulinius, regioninius ir vietinius, sudaryti. Išorinis Žemės sunkio laukas suteikia svarbią informaciją apie Žemės masių pasiskirstymą (Chambers, Schröter 2011; Panet *et al.* 2013; Rummel *et al.* 2011; Torge 1989). Tokiu būdu, kadangi išcentrinis sunkio pagreitis gali būti paskaičiuojamas bet kuriame taške, gravimetrinis metodas leidžia nustatyti tankio funkciją pagal sunkio lauką. Tačiau simetrinės sferinės Žemės gravitacija priklauso nuo bendros jos masės, ir todėl tik pašaliniai masių tankio pasikeitimai gali būti nustatomi pagal išorinį sunkio lauką.

Atvirkštinė gravimetrijos problema – nustatyti tankio funkciją (masės, sukeliančios gravitacinius nukrypimus, vietą, formą ir tankį) pagal lauko gravimetrinius matavimus (Bott 1973; Forsberg 1984). Praktiškai sprendžiant šią problemą, grįžtama prie tiesioginio uždavinio sprendimo, kuomet nustatoma sunkio jėga, kurią sukelia žinomos formos ir tankio kūnas (Snieder, Trampert 1999). Nevienalyčiai sudėtingos formos kūnai gali būti dalinami į paprastesnės figūros objektus. Panaudojamas Gauso integralas.

Taikomoji gravimetrija naudojama išorinės Žemės plutos tyrimams, paprastai iki 10 km gylio. Pagrindinis jos tikslas – naudingųjų iškasenų, angliavandenių (dujų, naftos), rūdų, paieškos.

Žemės masių pasikeitimai glaudžiai susiję ir su geodinaminiais procesais, kurių metu Žemės plokštės juda, vyksta deformacijos (Amalvict *et al.* 2004; Arnet 1993; Ballu *et al.* 2008; Zakarevičius, Paršeliūnas, *et al.* 2008; Zakarevičius, Stanionis, *et al.* 2010; Zakarevičius *et al.* 2009; Zakarevičius, Šliaupa, *et al.* 2008, 2010). Geodinaminių Žemės modelių skaičiavimui didžiausią svarbą turi išorinis Žemės sunkio laukas (Torge 1989).

Vienas iš pagrindinių geodezijos uždavinių – Žemės formos ir dydžio nustatymas. Žemės paviršiaus nustatymas susijęs su gravimetriniais matavimais, atliekamais ant Žemės paviršiaus arba redukuotais į jį (Koler *et al.* 2009). Sunkio laukui apibrėžti pasirenkamas tam tikras modelis, pagal kurį nustatomos stačiakampės ar elipsoidinės koordinatės. Aukščių sistemoms taip pat reikalinga informacija apie sunkį.

Geodezininiuose matavimuose ir inžineriniuose tyrinėjimuose naudojami aukščiai, kurie apibrėžiami atsižvelgiant į sunkio lauką (Boyarsky *et al.* 2010; Bouman 2011; Klees, Prutkin 2010; Lyszkowicz 2002). Aukščiams, gautiems geometriniu niveliavimu, turi būti įvedamos sunkio pataisos. GPS metodai vis labiau naudojami tinklų kontrolei, kadangi elipsoidiniai aukščiai yra gaunami 0,01–0,1 m tikslumu atstumams nuo kelių iki šimto km ir daugiau. Tam, kad būtų galima naudoti GPS metodus kartu su normaliniais aukščiais, būtina nustatyti geoidą atitinkamu tikslumu, o tam būtina tobulinti vietinio sunkio lauko aproksimavimo metodus (Vajda *et al.* 2010; Vermeer, Kollo 2007). Dažniausiai yra naudinga pasirinkti pasaulinį geopotencialo modelį, kuris tiksliausiai atitinka vietinį sunkio lauką (Amos, Featherstone 2003; Krynski, Kloch-Glowka 2009; Liker *et al.* 2010). Pasauliniai geopotencialo modeliai taip pat gali būti kelių variantų (Ellmann, Jürgenson 2008; Erol *et al.* 2009; Petrovskaya, Vershkov 2011; Rapp 1998). Vienu atveju, tai gali būti modelis, gautas analizuojant vien tik DŽP judėjimo orbitų elementus. Deja, šie modeliai nėra patys tiksliausi. Kur kas vertingesni geopotencialų modeliai, gauti naudojant ne tik orbitų tyrimo duomenis, tačiau ir antžeminių gravimetrinių matavimų duomenis, jūrų sunkio anomalijas, gautas iš palydovų altimetrinių duomenų (Amos, Featherstone 2003; Erol *et al.*

2009). (Reguzzoni, Sansò 2011) (Farahani, Ditmar, Klees 2013; Farahani, Ditmar, Klees, *et al.* 2013)

Nustatant sunkio lauką vyrauja vertikalės krypties ir sunkio matavimai (Boyarsky *et al.* 2010; Šprlák, Novák 2014; I. N. Tziavos 1987).

Pasaulinio sunkio lauko suvokimas reikalingas uždaviniams, apimantiems didelius Žemės paviršiaus regionus, spręsti bei vietinio sunkio lauko aproksimavimui (Ellmann 2010). Žemės sunkio lauko aproksimavimas reikalingas nustatant geoidą, dirbtinių Žemės palydovų orbitas, geofizikos ir geodinamikos uždavinių modeliavimui. Jis remiasi trikdančiojo potencialo  $T$  sferinių harmonikų eilutės skaidymu (Li 2005; Najafi-Alamdary *et al.* 2012). Modeliuojant naudojami kombinuoti sprendimai, kadangi žinomas nevienodas sunkio anomalijų išsidėstymas, tačiau turimi kiti pasauliniai duomenų rinkiniai. Taigi naudojami DŽP stebėjimų duomenys, anomalijos laisvame ore ( $1^\circ \times 1^\circ$ ), altimetriniai geoido aukščiai jūrose ir vandenyuose ( $1^\circ \times 1^\circ$ ) (Torge 1989). Harmonikų koeficientai nustatomi mažiausiųjų kvadratų metodu arba visų duomenų integravimu. Integralinis metodas, naudojamas integruojant viso Žemės paviršiaus anomalijas (Šprlák, Novák 2014), reikalauja mažesnių skaičiavimo darbų, tačiau tam reikalingi išankstiniai paruošiamieji darbai, tokie kaip altimetrinių geoido aukščių perskaičiavimas į sunkio anomalijas ir jų interpoliavimas. Pasauliniai sunkio lauko modeliai suteikia pakankamo tikslumo informaciją apie aukščio anomalijas (geoido aukštį) daugeliui tikslų (Erol *et al.* 2009; C. Hirt *et al.* 2012; Rummel *et al.* 2011; Schall *et al.* 2014). Tačiau geodeziniais uždaviniams spręsti, sunkio vertikalės nuokrypio neapibrėžtis išlieka pernelyg didelė. Taigi tam reikalingas detalaus sunkio lauko bei vertikalės nuokrypio nustatymas.

Vietinė sunkio lauko sistema reikalinga sudarant geodezinius tinklus, geodeziniais ir inžineriniams tyrinėjimams, taikomajai geofizikai ir geodinamikai (Paršeliūnas *et al.* 2010; Zakarevičius *et al.* 2004; Zakarevičius, Stanionis, *et al.* 2010). Aproksimuojant vietinį sunkio lauką, gaunamas tikslumas, kurio pakanka redukuoti matavimo duomenis (atstumus, horizontalius kampus) į elipsoidą.

Sudarant naują Europos gravimetrinį geoido modelį (EGG07) (Denker *et al.* 2008), naudojami patikslinti geopotencialo modeliai, gauti GRACE ir CHAMP palydovų misijomis, tikslesni skaitmeniniai vietovės modeliai, papildomi gravimetriniai duomenys, gauti naujais matavimais, atnaujinti altimetriniai sunkio duomenys, naudojami GPS, niveliacijų duomenys, taip pat ir patobulintos skaičiavimo technologijos (Kiamehr, Eshagh 2008; Skeivalas 2009). Viena iš vėlesnių ESA programų – kosminė misija GOCE, su įmontuotu gradientometru, kuris matuoja sunkio potencialo antrąsias išvestines (Eshagh, Sjöberg 2009; Rummel *et al.* 2011, 2002).

Svarbiausią informaciją, susijusią su pokyčiais teikia sunkio anomalijos.

Sudaromi pasauliniai tankio modeliai, kuo tiksliau atitinkantys išorinio sunkio lauko modelį. Analizuojant trikdančiąsias mases regioniniu ar vietiniu mastu,

sudaromi tankio modeliai, kuriems naudojamos Bouguer anomalijos, kadangi anomalijos laisvame ore netinka dėl jų greito kitimo ir priklausomybės nuo aukščio (Nowell 1999; Sjöberg 2001; Vaníček *et al.* 2004). Bouguer anomalija tinkama, kadangi įvertinamas begalinis tarpinis sluoksnis bei, esant sudėtingesnei topografijai, įvertinama reljefo pataisa (Nowell 1999; Ilias N. Tziavos *et al.* 2009). Globaliu požiūriu, Bouguer anomalijos kinta ribose iki 600 mGal. Lokalios jos nepriklauso nuo topografijos, tačiau regionų atžvilgiu yra stipri koreliacija tarp topografinės ir batimetrinės sandaros.

Koordinatinių ir aukščių sistemoms taip pat reikalinga informacija apie sunkį. Žemės sunkio lauko aproksimavimas reikalingas sudarant geodezinius tinklus, nustatant geoido ir kvazigeoido formą (Ellmann 2010; Vajda *et al.* 2010; Паршялюнас *et al.* 2013), dangaus kūnų bei DŽP orbitas (Petroškevičius 2004a; Schall *et al.* 2014). Žemės sunkio laukas reikalingas balistiniams skaičiavimams, navigacijai, geofizikos ir geodinamikos taikomajam modeliavimui (Wilmes *et al.* 2004). Minėtų uždavinių sprendimas reikalauja tikslesnės ir detalesnės informacijos apie sunkio lauką (Torge 1989).

## 1.2. Sunkio lauko tyrimų metodika ir jos ypatumai

Sunkio lauko tyrimai susiję su Žemės formos nustatymu. Apie Žemės formą – rutulį – pirmasis prakalbo Pitagoras dar VI a. pr. Kr. Eratostenas matavo dienosvidinio lanko ilgį pagal kupranugarių vilkstinės judėjimo greitį. Jis pirmasis nustatė apytikslį Žemės spindulį dar III a. pr. Kr. I. Niutonas 1687 m. įrodė, kad Žemė yra elipsoido formos, buvo siekiama nustatyti jo parametrus.

Norint nustatyti Žemės formą, reikia žinoti taškų koordinates vieningoje sistemoje bei sunkio lauką kiekviename taške. Tam tikslui naudojamas pagalbinis paviršius – Žemės elipsoidas, kurio parametrai pasirenkami, ir Žemės forma nustatoma jo atžvilgiu.

Visi matavimai atliekami Žemės sunkio lauke, tačiau dažnai atlikdami matavimus nedideliame plote priimame, kad Žemės sunkio laukas yra vienalytis, o tai reiškia, kad vertikalės kiekviename taške yra lygiagrečios tiesės, o lygio paviršiai – lygiagrečios plokštumos. Tokį lauką sukurtų begalinė plokštuma, turinti tam tikrą masę. Vertikalė nurodo sunkio kryptį. Sunkio laukas laikui bėgant keičiasi dėl Žemės polių judėjimo, dangaus kūnų judėjimo, grunto vandens lygio svyravimų, grunto drėgmės ir atmosferos slėgio pasikeitimų, geodinaminių ir technogeninių procesų ir kt., todėl keičiasi ir sunkis bei vertikalų kryptys. Žinant vertikalės kryptį kiekviename taške, žinomas ir geoido paviršius.

Žemės forma – geoidas – tai sunkio lauko ekvipotencialinis paviršius, kuris eina per aukščių sistemos pradžių. Kvazigeoidas – artimas geoido paviršiui. Geoidas ir kvazigeoidas, kaip ir elipsoidas, yra apibendrinta Žemės forma. Šių pa-

viršių atžvilgiu nustatomi Žemės paviršiaus taškų aukščiai: geoido atžvilgiu – ortometriniai aukščiai, kvazigeoido – normaliniai aukščiai, elipsoido atžvilgiu – elipsoidiniai.

Matavimų duomenis reikia redukuoti į vieningą sistemą.

Iš tikrųjų Žemė – kūnas netaisyklingos formos, veikiamas kitų dangaus kūnų, todėl jos sunkio laukas yra nevienalytis. Tiriant sunkio lauko nevienalytiškumą, sunkio laukas dalomas į dvi dalis – normalinį ir anomalinį.

Kalbant apie sunkio lauką, išskiriami tokie komponentai: traukos laukas, išcentrinės jėgos laukas ir sunkio laukas. Žemės sunkio lauką geriausiai apibūdina sunkio potencialas  $W$ , kuris yra lygus traukos jėgos  $V$  ir išcentrinės jėgos  $Q$  potencialų sumai:

$$W = V + Q = G \iiint_v \frac{\delta \rho}{r} + \frac{\omega^2}{2} (x^2 + y^2). \quad (1.1)$$

Sunkio potencialas skaidomas į normalinį  $U$  ir trikdymo, arba anomalinį,  $T$  potencialus. Priimama, kad normalinį lauką sukuria sukimosi elipsoidas, kuris sutampa su ekvipotencialiniu paviršiumi.

1849 m. Stoksas įrodė teoremą, kuria buvo teigiama, jog žinant kūno masę  $M$ , jo kampinį sukimosi greitį  $\omega$  ir išorinio ekvipotencialinio paviršiaus formą, sunkio potencialas gali būti nustatytas vienareikšmiškai išorinėje aplinkoje ir ekvipotencialiniame paviršiuje.

Žemės sunkio laukas dažniausiai pristatomas sunkio anomalijomis, kurios išreiškia realaus sunkio lauko nuokrypį nuo idealaus normalinio lauko, kuris užsiduodamas. Nustatant normalinių aukščių skirtumus, kvazigeoido aukščius (Boyarsky *et al.* 2010), o taip pat sprendžiant kitus geodezinius uždavinius naudojamos sunkio anomalijos laisvajame ore.

Šios anomalijos žymia dalimi priklauso nuo reljefo ir labai greitai keičiasi, todėl jų negalima interpoliuoti. Interpoliacijai naudojamos Bouguer anomalijos, gaunamos eliminuojant taip vadinamo tarpinio sluoksnio, kuris išreiškia Žemės masės, esančios tarp geoido ir Žemės paviršiaus, trauką (Janak, Vaniček 2005).

Duomenys apie jūrų ir vandenynų aukščius iš palydovų altimetrinių matavimų konvertuojami į duomenis apie vertikalės nuokrypį bei sunkio anomalijas naudojant atvirkštinę Vening Meinesz formulę (Dadzie *et al.* 2008).

Sunkio vertikalusis gradientas gali būti siejamas su vertikalės nuokrypio horizontaliosiomis pirmomis išvestinėmis, taip pat su aukščio anomalijos antromis išvestinėmis (Bouman 2011; Ващилов 2005).

Bouguer anomalijoms sudaromi gravimetriniai žemėlapiai. Bouguer anomalijų laukas vaizduojamas izoanomalėmis – linijomis jungiančiomis Žemės paviršiaus taškus su vienoda Bouguer anomalijos reikšme. Tačiau Rytų Europoje dauguma tokių žemėlapių (Lietuvoje taip pat) buvo sudaryti naudojant Helmerto normalųjį sunkio lauką ir Potsdamo sunkio sistemą bei 1942 m. koordinacių sis-



temą, todėl norint pasinaudoti šiais žemėlapiais, būtina atlikti redukavimą, jeigu pateiktos sunkio anomalijų skaičiavimo formulės yra pritaikytos GRS 80 normaliajam sunkio laukui ir IGSN 71 sunkio pagreičio sistemai (Petroškevičius 2000b).

Geodeziniais uždaviniais spręsti skaičiuojant Bouguer anomaliją, dažnai naudojama Žemės plutos tankio reikšmė  $2,67 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ . Lietuvos teritorijos Bouguer anomalijų žemėlapiai sudaryti sunkio anomalijų skaičiavimui naudojant tankio reikšmę, lygią  $2,3 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ . Nors remiantis geologiniais tyrimais, atliktais gręžiniuose Lietuvos teritorijoje, nustatyta kur kas mažesnė Žemės plutos tankio reikšmė (Šliaupa *et al.* 2005).

Sunkio lauką charakterizuojantys parametrai, kaip sunkio pagreitis, geopotencialo koeficientai, geoido aukščiai elipsoido atžvilgiu, nustatomi gravimetriniais ir geodeziniais matavimais, kurie atliekami klasikiniais ir kosminės geodezijos metodais.

Žemės gravitacijos lauko tyrimų pagrindiniai metodai:

- gravimetrinis – atliekami sunkio matavimai Žemės paviršiuje;
- astronominis geodezinis – nustatoma vertikalės kryptis pagal žvaigždes;
- kosminės geodezijos – geopotencialo parametrų nustatymas.

Taikant kosminės geodezijos metodus, naudojami palydovai, skriejantys apie Žemę. Palydovų privalumas yra tas, kad palydovo orbitos plokštuma eina per žemės masės centrą. Kosminės geodezijos metodu galima nustatyti tiek geocentrines koordinates, tiek geoidą ar elipsoido parametrus, nors geoido nustatymas efektyvus tik jūrose ir vandenynuose. Kosminės geodezijos metodai leidžia nustatyti pagrindinę Žemės inercinę ašį ir momentinę Žemės sukimosi ašį. Panaudojant GPS sistemą, poliaus koordinatės gali būti nustatomos iki tūkstantosios kampinės s, paros trukmė iki dešimt tūkstantųjų dalių. Mėnulio lazerine lokacija galima nustatyti Žemės sukimosi greitį, Mėnulio orbitos elementus, reflektoriaus koordinates ir Žemės masės centro persislinkimą. Dideles galimybes uždaviniais spręsti teikia ilgos bazės interferometrai, kuriuos sudaro radioteleskopai, atstumai tarp kurių siekia tūkstančius kilometrų. Kaip šaltiniai naudojamos radijo žvaigždės arba radijo šaltiniai, patalpinami DŽP. Taip galima nustatyti polių judėjimą, bazės tarp radioteleskopų ilgį, radijo šaltinio koordinates, precesijos, nutacijos parametrus. Kosminės geodezijos priemonėmis nustatomi Žemės sukimosi netolygumai. Nustatant geocentrines koordinates, gravitacinio lauko parametrus, būtina žinoti DŽP judėjimo trajektoriją.

Geoido žinojimas leidžia nustatyti taškų aukščius kosminės geodezijos metodais nenaudojant niveliacijos.

Tačiau kosminės geodezijos metodu negalima gauti tokios detalios informacijos apie Žemės sunkio lauką, kaip gravimetriniu metodu, todėl jis yra derinamas su kitais metodais.

### 1.3. Gravimetrinis metodas, jo vystymasis ir jo galimybės

Žodis gravimetrija yra sudarytas iš lotyniško *gravitas*, reiškiančio sunkį, ir graikiško *μετρεω*, žyminčio matavimą. Gravimetrija yra mokslas apie sunkio matavimą, kitaip tariant apie sunkio pagreičio Žemės paviršiuje matavimą. Gravimetrijos uždavinys – nustatyti Žemės sunkio lauką, pagal sunkio pagreičio matavimus Žemės paviršiuje ir arti jo.

Sunkio pagreičio matavimai tapo tyrimų objektu po to, kai Galilėjo Galilėjus atliko savo žymųjį tyrimą su pasvirusia plokštuma, jo svyruoklės atsilenkimų vienodos trukmės atradimas ir laisvojo kritimo dėsnio vystymas, nurodant, kad nueitas kelias proporcingas laikui kvadratu. Nors jau seniai rekomenduojama naudoti SI sistemos vienetus, tačiau Gal vis dar plačiai naudojama dimensija, ypač turint omenyje, kad šiuo metu gravimetrinių matavimų tikslumas siekia  $10^{-8} \text{ m/s}^2$ , t. y. naudojami mGal arba  $\mu\text{Gal}$ .

Svyruoklės matavimai atlikti skirtingose platumose panaudoti Žemės paplokštumui nustatyti.

Naudojant gravimetrinių matavimų duomenis nustatomas kvazigeoidas ir geoidas. Naudojant gravimetrinius duomenis yra bandyta interpoliuoti, tačiau padaryta išvada, kad nustatant geoidą interpoliavimo būdu galima padaryti grubias klaidas, ypač tokiose vietovėse, kur gradiento pokytis yra žymus (Nunez *et al.* 2008).

Sunkio pagreitis priklauso nuo masių Žemės gelmėse ir jos aplinkoje išsidėstymo bei Žemės sukimosi apie ašį greičio. Laiko bėgyje masių išsidėstymas ir Žemės sukimosi greitis keičiasi, todėl kinta ir gravitacijos laukas. Tiems pokyčiams nustatyti būtini pakartotini sunkio pagreičio matavimai. Gravimetriniai matavimai gali būti atliekami ant žemės paviršiaus, vandens paviršiaus, vandens telkinio dugno arba ore, skrendant lėktuvais arba sraigtasparniais (Petroškevičius 2000a).

Atliekant gravimetrinius matavimus, matuojamas sunkio pagreitis. Matavimai gali būti absoliutiniai arba santykiniai (Birvydienė *et al.* 2009; Jiang, Pálinská, Francis, *et al.* 2012). Absoliutiniais matavimais nustatoma absoliuti sunkio pagreičio reikšmė (Falk *et al.* 2012; O. Francis *et al.* 2010; Jiang, Pálinská, Arias, *et al.* 2012; Mäkinen *et al.* 1995). Tuo tarpu santykiniais matavimais gaunami sunkio pagreičio prieaugiai atraminių punktų atžvilgiu.

Matavimai gali būti atliekami diniminiu ir statiniu metodu (Melchior 2000; Petroškevičius 2004b). Absoliutiniai matavimai atliekami tik diniminiu metodu, kadangi yra stebimas judantis kūnas (Olivier Francis *et al.* 2013; Mäkinen, Petroškevičius 2003). Dinaminiai metodai pagal jų pobūdį skirstomi į svyruokli-

nį, laisvojo kritimo arba balistinį ir pasvaru įtemptos stygos savųjų skersinių svyravimų stebėjimo.

Svyruoklinį metodą (pagal Huiigenso formulę 1673 m.)

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left( 1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \frac{9}{64} \sin^4 \frac{\alpha}{2} + \dots \right), \quad (1.2)$$

čia  $T$  – periodas,  $l$  – svyruoklės ilgis.

Svyruoklės judėjimo teoriją sukūrė šveicarų matematikai Bernuliai (1691–1726).

Laisvojo kritimo arba balistinis metodas

$$l = l_0 + v_0 t + g \frac{t^2}{2}, \quad (1.3)$$

čia  $l_0$  – pradinis atstumas,  $v_0$  – greitis laiko momentu  $t$ .

Pasvaru įtemptos stygos savųjų skersinių svyravimų stebėjimo metodas

$$f = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{Mg}{\rho}}, \quad (1.4)$$

čia  $f$  – dažnis,  $l$  – stygos ilgis,  $M$  – pasvaro masė,  $\rho$  – stygos linijinis tankis  $\text{g}\cdot\text{cm}^{-1}$ .

Statiniu metodu stebima sunkio jėgos ir ją kompensuojančios jėgos pusiausvyra. Šiuo metodu galima nustatyti tik sunkio prieaugį.

Šiuolaikinės gravimetrijos uždavinys yra ne tik nustatyti sunkio lauką, bet kuo tiksliau jį įvertinti, atsižvelgiant į trumpalaikius aplinkos poveikius, tokius kaip gruntinis vanduo, atmosferos slėgio pasikeitimas, polių judėjimas ir kt. (Ander 2002). Nuolat tokie tyrimai vyksta Strasbūre, naudojant SG bei kontroliuojant absoliutiniu gravimetru (Riccardi *et al.* 2011).

Didėjantis prietaisų tikslumas reikalauja, kad kuo daugiau aplinkos parametrų, tame tarpe infrastruktūra, pastatai ir topografija, būtų įvertinta apdorojant gravimetrinius matavimus (Debeglia, Dupont 2002; Sun *et al.* 2006; Tenzer *et al.* 2009). Hidrologija, ypač gruntinis vanduo ir dirvos drėgmė, turi įtakos duomenų tikslumui (Amalvict *et al.* 2004; Christiansen *et al.* 2011; Harnisch, Harnisch 2006; Imanishi *et al.* 2006). Tikslūs sunkio lauko tyrimai svarbūs ypatingų specifinių objektų statyboje (Brockmann *et al.* 2011; Sun *et al.* 2006).

Kalbant apie gravimetrinius tinklus, didelę reikšmę turi atraminis pagrindas, kurio atžvilgiu perduodama sunkio reikšmė į kitus punktus (Boedecker 2002; Oja 2012). Gravimetrų, ypač santykinių, tikslumas priklauso nuo besikeičiančių prietaiso savybių. Svarbus yra kalibravimo koeficiento nustatymas, slinkties įvertinimas (Lederer 2009; Oja *et al.* 2010; Tamura *et al.* 2005). Anksčiau naudoti santykiniai GAG-2 gravimetrai skiriasi tuo, kad jų nereikėdavo kalibruoti

(Bulanzhe 1988). Stočių, kurių atžvilgiu išlyginamas gravimetrinis tinklas, kokybė irgi keičiasi – todėl būtini periodiniai matavimai jose (Басманов *et al.* 2011). Keičiantis matavimo įrangai, gali būti nustatyti atraminio tinklo netikslumai, be to pokyčiai gali įvykti dėl aplinkos pasikeitimų. Remiantis Boedecker (2002) santykinius prietaisus tikslinga naudoti nedideliais atstumais (<200 km), kadangi priešingu atveju, didėja matavimų neapibrėžtis. Atraminų punktų kokybė pirmiausia apibūdinama jų tikslumu, o šis tiesiogiai priklauso nuo laiko, praėjusio po paskutinių matavimų.

Tiriant sunkio lauko pokyčius ir įtaką geodeziniais matavimams, dažniausiai dėmesys skiriamas sunkio pokyčiams, kuris yra didžiausias, o vertikalės nuokrypis lieka neįvertintas, nors tiksluosiuose matavimuose jis taip pat labai svarbus (Boyarsky *et al.* 2010; Mathisen 1969).

Kilnojamos zenitinės kameros, naudojamos nustatyti vertikalei, atsirado ne taip jau seniai (Christian Hirt 2003). Šia kamera vertikalės nuokrypis per maždaug pusvalandžio matavimus nustatomas 0,1" tikslumu.

### **Gravimetrijos vystymosi etapai**

Per pastaruosius du šimtmečius sunkio matavimų vaidmuo geodezijoje augo dėl technologijų vystymosi, tikslų geodezinių matavimų poreikio, fizinės geodezijos plėtojimo.

Geodezijoje sunkio matavimai susidomėjimą sukėlė tuomet, kai jų neapibrėžtis pasiekė  $10^{-5}$  g t. y. 10 mGal. Tokius matavimus pirmą kartą atliko Borda ir Cassinis 1792 m., naudodami 3,8 m vielinę svyruoklę su platinos rutuliu (Torge 1989). Sunkis buvo nustatomas tiksliai matuojant laiką ir svyruoklės ilgį. Sekančius 150 metų nustatant sunkį buvo naudojami svyruokliniai matavimai. Jau XIX a. pabaigoje gravimetrinių tyrinėjimų duomenys buvo naudojami geodeziniais ir astronominiams duomenims redukuoti į jūros lygį, pataisų niveliacijoje skaičiavimui, vertikalės nuokrypio interpoliavimui, Žemės formos ir išorinio sunkio lauko nustatymui. Informacijos apie sunkio lauką poreikis įtakoją gravimetrijos vystymąsi.

Apverčiamosios svyruoklės buvo svarbus žingsnis nustatant sunkį. Pirmąsias apverčiamas svyruokles sukūrė Kateris 1818 m. Pradžioje jomis buvo galima nustatyti absoliučią sunkio reikšmę 35 mGal neapibrėžtimi (Torge 1989). Pirmieji gravimetriniai matavimai buvo vykdomi pavieniuose taškuose. Pirmasis didesnis matavimų projektas „Mitteleuropäische Gradmessung“ buvo pradėtas 1862 m. Iki 1884 m. absoliutinė sunkio reikšmė išmatuota 122 punktuose naudojant apverčiamąsias 1 m ir 0,5 m svyruokles 10 mGal tikslumu. Tačiau šių punktų pasiskirstymas buvo labai netolygus net ir Centrinėje Europoje. XIX a. pirmoje pusėje vykdyti sunkio matavimai naudojant svyruokles parodė, kad santykiniai matavimai yra tikslesni nei absoliutiniai. Neapibrėžtis siekė 5 mGal. Santykiniai matavimai dominavo ateinančius 150 metų. XIX a. pabaigoje santy-

kiniai matavimai buvo tankinami naudojant žalvarinę 25 cm ilgio svyruoklę. Jau 1912 m. gravimetrinių punktų kiekis viršijo 2000.

Santykiniams sunkio matavimams, kaip ir santykiniams aukščio matavimams, atlikti reikalingas absoliutinis aukšto tikslumo atraminis pagrindas. Pirmas toks referencinis pagrindas pavadintas Vienos sunkio sistema („Vienna Gravity System“), paremtas svyruokliniais sunkio matavimais, kuriuos atliko Oppolzer, buvo sukurtas 1891 m. (Krynski 2012). Po Kuhnén ir Furtwangler vykdytų sunkio matavimų Potsdame 1898–1904 m. su patobulintomis apverčiamomis svyruoklėmis, buvo laikoma, jog tai tiksliausiai nustatyta absoliuti sunkio reikšmė pasaulyje. Gautoji sunkio reikšmė patvirtinta ir priimta pasauliniu mastu išėities tašku, buvo lygi  $g = 981274 \pm 3$  mGal. Tai tapo pagrindu naujos sunkio sistemos, kurią 1909 m. Tarptautinė geodezijos asociacija pristatė kaip Potsdamo sunkio sistemą, kuri buvo naudojama iki pat 1971 m.

XX a. technikos pažanga (invaro ar kvarco svyruoklės, laiko signalai, vakuumo kameros, fotografinis duomenų užrašymas) leido nustatyti sunkį 1 mGal tikslumu. Buvo patobulintos Sterneck 1887 m. svyruoklės. Naujasis įrenginys, pradžioje su dviem, po to trim ir galiausiai keturiomis svyruoklėmis leido didinti punktų, kuriuose nustatytas sunkis, kiekį. Santykiniai matavimai buvo vykdomi tarp nacionalinių gravimetrinių stočių ir absoliutinės sunkio stoties Potsdame.

Nors matavimai naudojant svyruokles sutrumpėjo nuo 12–24 val. XIX a. pab. iki 1–6 val. 1930 m., vis tik šie matavimai buvo laikomi brangiais ir atimančiais daug laiko. Pirmieji statiniai gravimetrai santykinuose matavimuose įvedė daug pasikeitimų jau 1930 m. Matavimai jais buvo paremti kūno pusiausvyrą veikiančios sunkio jėgos ir kompensuojančios jėgos principu. Tokie matavimai punkte trukdavo 10–30 min., tikslumas siekė 0,2–0,5 mGal. Jų konstrukcija ir toliau buvo tobulinama (kvarciniai gravimetrai), tikslumas pasiekė 0,1 mGal.

Tolimesni tyrinėjimai apie 1950 m., ypač temperatūros stabilizavimo priemonės, buvo reikšmingi sunkio matavimų tikslumui, kuris pasiekė 0,01 mGal. Per sekančius kelis dešimtmečius buvo sukurta daug naujų gravimetrų. Kai kurie iš jų, kaip Worden ar LaCoste & Romberg astatiniai gravimetrai, su nedideliais patobulinimais gyvuoja jau 50 metų. Jų tikslumas siekia 0,01–0,05 mGal.

Matuojant statiniais gravimetrais būtina paversti gravimetro atskaitas į sunkio vienetus atsižvelgiant į gravimetro „mastelį“ (įvertinant kalibravimo koeficientą), kuris nustatomas kalibruojant gravimetrus.

Iki XX a. paskutinio dešimtmečio pradžios, santykiniai sunkio matavimai buvo tikslesni nei absoliutiniai.

Daugėjant gravimetrų, didėjo ir gravimetrinių punktų kiekis, ir jau XX a. viduryje buvo apie 10 000 punktų, kuriuose nustatyta sunkio reikšmė.

Pirmieji gravimetriniai tinklai, kaip pagrindas gravimetriniams tyrinėjimams, buvo įrengti XIX a. pabaigoje – XX a. pradžioje. Punktai buvo pažymėti

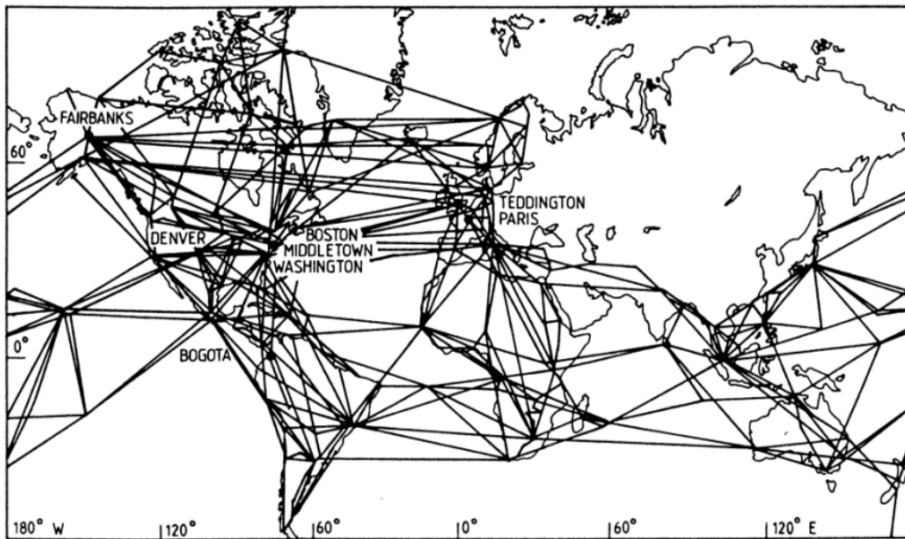
postamentais, kur sunkis nustatytas tam tikrą epochą ir įvertintas jo tikslumas. Pakartotiniai matavimai šiuose punktuose buvo reikalingi palaikyti tinklą, be to jie teikė informacijos geodinaminių procesų tyrimams. Šiuose punktuose buvo atlikti santykiniai svyruokliniai matavimai, kurie susieti su absoliutiniu Potsdamo punktu. Šie tinklai vėliau buvo tankinami naudojant efektyvesnius statinius gravimetrus. Kuriant tikslius spyruoklinius gravimetrus matavimai buvo atliekami naudojant pastaruosius. Ryšys su absoliutiniu sunkio punktu užtikrino sunkio kontrolę. Kalibravimo metu buvo nustatomas sunkio vienetas. Patikimiausias gravimetrų kalibravimo būdas buvo naudoti kalibravimo bazes. Tokios bazės tapo gravimetrinių tinklų sudedamąja dalimi (Krynski 2011; Oja *et al.* 2010).

Nors santykinų gravimetrinių matavimų tikslumas didėjo, tačiau XX a. viduryje pradėti absoliutiniai matavimai, paremti kūno laisvuju kritimu. Pirmąjį stacionarų absoliutinį gravimetrą (laisvojo kritimo) sukūrė Sakuma 1951 m. BIPM'e Sevre, Prancūzijoje, „kilimo ir kritimo“ gravimetrą sukonstravo Cook'as 1965 m. nacionalinėje fizikos laboratorijoje, Tedington, Jungtinėje karalystėje, o jų tikslumas tuo metu buvo kiek prastesnis nei santykinų gravimetrų. Šie gravimetrai buvo tobulinami vystant technologijas, ypač elektronikos sritį, laiko ir ilgio matavimus bei medžiagų mokslą. Daugelis laboratorijų visame pasaulyje priėmė iššūkį kurti stacionarų absoliutinį gravimetrą (Sankt Peterburgas (tuomet Leningradas), Sevras, Otava, Prinstonas, Berlynas, Sidnėjus ir kt.). Pirmasis mobilus laisvojo kritimo gravimetras buvo sukurtas Hammondo ir Fallerio 1968–1969 m. Konektikute, JAV (Torge 1989). Jo tikslumas buvo toks pat kaip gremėdžiško stacionaraus absoliutinio gravometro.

Augant gravimetrinių matavimų skaičiui, atsirado poreikis priimti naują sunkio sistemą, pritaikytą pasauliniu mastu. Absoliutiniai sunkio matavimai, naudojant patobulintas apverčiamąsias svyruokles, vykdyti 1930 m. Vašingtono nacionalinio standartų biuro ir Tedingtono nacionalinės fizikos laboratorijos, parodė, kad sunkio reikšmė Potsdamo sistemoje turi 14 mGal nuokrypį. Nustačius paklaidą bei toliau tobulinant laisvojo kritimo gravimetrus, 1960 m. buvo priimtas sprendimas kuo greičiau įkurti pirmą pasaulinį sunkio tinklą.

Pasaulinis sunkio tinklas, pavadintas Tarptautiniu sunkio norminiu tinklu 1971 (IGSN71), buvo priimtas kaip daugiau nei du dešimtmečius trukusio tarptautinio bendradarbiavimo rezultatas, kurį koordinavo Tarptautinės geodezijos ir geofizikos sąjungos (IUGG) Tarptautinė geodezijos asociacija (IAG). Tinklą sudarė 1854 punktai (1.1 pav.). IGSN71 sunkio pagrindas buvo nustatytas 10-čia absoliutinių matavimų, vykdytų 8 stotyse, iš kurių 8 matavimai atlikti Hammondo ir Fallerio mobiliu laisvojo kritimo gravimetru ir 2 matavimai Sakumos stacionariu prietaisu Sevre bei analogišku Cook'o Teddington, matavimų tikslumas 0,01–0,1 mGal. 1200 santykinų matavimų svyruoklėmis vykdyti tiriant IGSN71 „mastelį“ tikslumu 0,2–0,4 mGal. Dar apie 12 000 santykinų sunkio matavimų vyko ilgų stygų pavidalu, kad užtikrinti tinklo patikimumą, maždaug

ties pat matavimų buvo vykdomi lokaliai, šių matavimų tikslumas siekė 0,02–0,2 mGal. Vadovaujantis XV IUGG Generaline asamblėja, vykusia 1971 m. Maskvoje, buvo priimta pakeisti Potsdamo sunkio sistemą į IGSN71, rekomenduota įvesti pataisą 14 mGal, t.y.  $g_{IGSN71} = g_{PGS} - 14$  mGal.



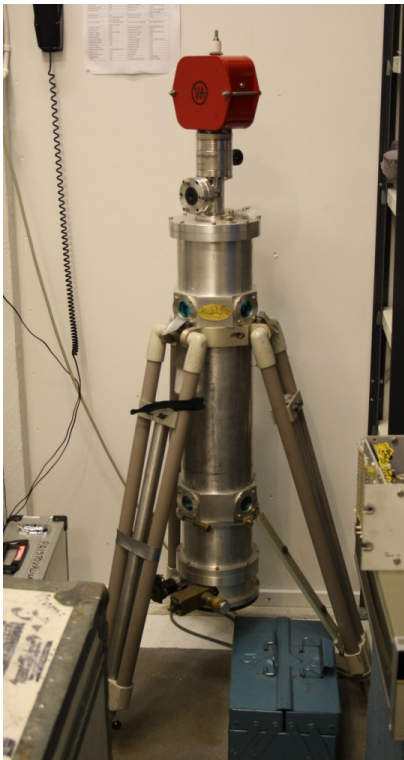
1.1 pav. IGSN71 (Wilmes *et al.* 2010)

Fig. 1.1. IGSN71 (Wilmes *et al.* 2010)

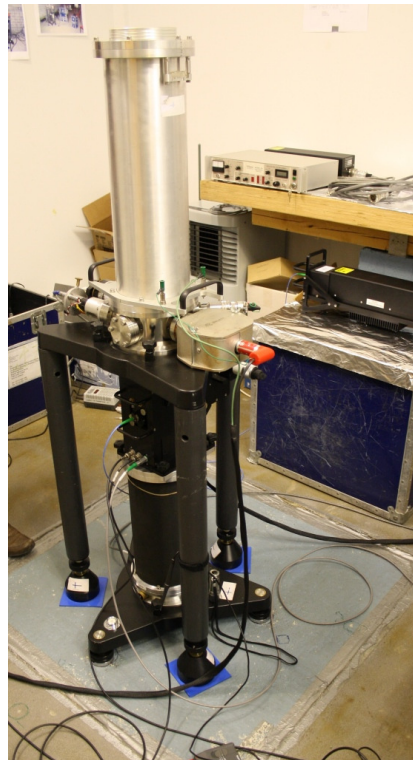
XX a. paskutiniiais dešimtmečiais stebimas mobilių balistinių gravimetrų kūrimo progresas. Daugelis laboratorijų bandė pritaikyti naujausius technologijų pasiekimus, kuriant gravimetrus. Daugumos prietaisų veikimo principas buvo paremtas laisvujoju kritimu, jų tikslumas siekė 0,01–0,05 mGal, dalis jų buvo naudojama tik lokaliai. Tačiau kai kurie gravimetrai, kaip GABL, IMGC, JILA, buvo toliau tobulinami ir vėliau panaudoti tarptautinių matavimų projektų visame pasaulyje metu. 1993 m. Faller, kūręs JILA gravimetrus, su grupe nusprendė sukurti pramoninės gamybos mobilią FG5 gravimetrą (1.2 pav.), skirtą naudoti laboratorijose, kurio tikslumas yra apie 1  $\mu$ Gal. Greitai jis tapo vienas populiariausių balistinių gravimetrų.

Naudojant FG5 gravimetrą, absoliutiniai sunkio matavimai tapo gerokai tikslesni nei santykiniai. Tai pakeitė sunkio kontrolės tinklų koncepciją. Tinklą turi sudaryti kaip galima daugiau punktų, su nustatyta absoliučia sunkio reikšme. Gravimetrų darbas turi būti savitarpiskai palygintas tam, kad užtikrinti sunkio standartą. Sunkis tinklo punktuose nustatomas, perduodant tarptautinę sunkio reikšmę balistiniais gravimetrais, kurie dalyvavo absoliutinių gravimetrų tarptau-

tinėse sugretinimo kompanijose. Gravimetrinių tinklų sutankinimas turi būti atliekamas naudojant statinius gravimetrus. Gravimetrų kalibravimo bazės, kaip sudedamoji gravimetrinių tinklų dalis, turi remtis aukšto tikslumo absoliutiniais gravimetriniais punktais.



a)



b)

**1.2 pav.** Absoliutiniai gravimetrai: a) Jilag ir b) FG5 (fotografuota FGI)

**Fig. 1.2.** Absolute gravimeters a) Jilag and b) FG5 (photo taken at FGI)

Superlaidūs gravimetrai (SG) žymi naują santykinų gravimetrų kartą. Juose naudojamas metalų superlaidumo principas labai žemoje temperatūroje, kuri užtikrina pastovų elektromagnetinį lauką. Toks laukas palaiko laidų kūną pusiausvyroje. Dėl sunkio pokyčių superlaidaus kūno pusiausvyros pasikeitimas kompensuojamas elektrostatiškai ir yra išmatuojamas. Pirmieji superlaidūs gravimetrai pagaminti GWR Instruments San Diego 1960 m. pabaigoje buvo labai dideli, o jų naudojimas buvo labai brangus. Šiuolaikinis superlaidus gravimetras, pvz. *iGrav*<sup>TM</sup>, yra mobilus ir ekonomiškąs (Krynski 2012; Warburton



*et al.* 2010) (1.3 pav.). Taip pat jis labai stabilus, jo ilgalaikė slinktis neviršija  $10^{-10}$  m/s<sup>2</sup> per metus (0,01 µGal/metus), neapibrėžtis irgi siekia 0,01 µGal.



a)

b)

**1.3 pav.** Superlaidūs gravimetrai: a) iGrav<sup>TM</sup> ir b) OSG (Superconducting gravity meters 2014)

**Fig. 1.3.** Superconductive gravimeters: a) iGrav<sup>TM</sup> and b) OSG (Superconducting gravity meters 2014)

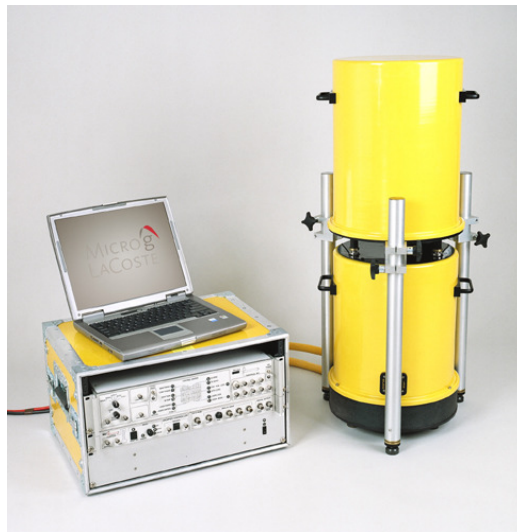
Dėl tikslumo ir stabilumo superlaidūs gravimetrai labai naudingi geodinamikoje ir geodezijoje. Geodinamikoje naudojami tirti ilgo periodo potvynio (tidal) efektą, stebėti polių judėjimą ir tektoninius procesus, po kurių vyksta žemės drebėjimai. Geodezijoje jie naudojami absoliutinių gravimetrų reguliavimui ir palydovinių sunkio misijų kalibravimui.

Sunkio matavimų efektyvumas ir ypač absoliutinių sunkio matavimų tikslumo padidėjimas iš esmės pakeitė ir išplėtė sunkio tyrimų reikšmę geodezijoje ir nustatė tiksluosius sunkio matavimus tarp pagrindinių geodinamikos tyrimų. Dabar gravimetrija reikalinga ne tik redukuoti geodezinių ir astronominių tyrimų duomenis į jūros lygį, pataisų skaičiavimui tikslojoje niveliacijoje, vertikalės nuokrypio interpoliavimui, Žemės formos nustatymui, kaip buvo paskutinius 200 metų, bet ir Žemės sunkio lauko modeliavimui, geoido modeliavimui, Žemės potvynių stebėjimui ir modeliavimui, vertikalių plutos judesių nustatymui, palydovinių sunkio misijų kalibravimui, Žemės sunkio lauko laikinųjų variacijų ir polių judėjimo stebėjimui, integruotų geodezinių tinklų, kaip ECGN, palaikymui.

Šiems reikalavimams patenkinti reikalingi:

- pakankamai tankaus absoliutinių gravimetrinių punktų tinklo įrengimas,
- periodinis šių punktų tyrimas su absoliutiniais gravimetrais kas kelis metus,
- dalyvavimas absoliutinių gravimetrų suderinimo kampanijose,
- gravimetrinių stočių įrengimas ir palaikymas, nuolat registruojant sunkį,
- kalibravimo bazės įrengimas ir palaikymas,
- tęstiniai tyrimai, užtikrinantys atitinkamus standartus geodezijoje ir geodinamikoje.

Fallerio grupės darbo vaisius, kuriant naujausių technologijų laisvojo kritimo gravimetrus, buvo 2003 m. sukurtas kilnojamas balistinis gravimetras A10 (1.4 pav.).



**1.4 pav.** Lauko absoliutinis gravimetras A10 (Micro-g LaCoste 2012)

**Fig. 1.4.** Outdoor absolute gravimeter A10 (Micro-g LaCoste 2012)

Šio gravimetro tikslumas keli  $\mu\text{Gal}$ , o tai atitinka neapibrėžtį  $10^{-8}$  g. Tai, kad A10 gravimetro tikslumas yra toks, kaip santykinų gravimetrų, ir juo nustatoma absoliuti sunkio reikšmė, suteikia jam pranašumą. Naudojant gravimetrą A10 sunkio nustatymui nereikalingi nei sudėtingi maršrutai su santykiniais gravimetrais nei ryšys su sunkio pagrindu; tyrimų rezultatai praktiškai gaunami matavimų metu. Gravimetrinio tinklo klaidos neįtakoja A10 gravimetrais nustatyto sunkio. Darbas su gravimetru A10 labai efektyvus, pakanka 1 val. trukmės matavimų, tuo tarpu kai FG5 gravimetru reikia matuoti bent 24 val. Gravimetriniai matavimai yra ne tik nebrangūs, bet ir svarbu tai, jog matavimai gali būti atlikti prak-

tiškai vienoje epochoje matuojant daugelyje stočių. 2011 m pabaigoje buvo pagaminta apie 25 A10 gravimetrus.

Kaip parodė pastarieji tyrimai ir rezultatai, absoliutiniai gravimetrai laisvojo kritimo principu bus naudojami ir toliau tik vietoj kūno bus naudojama apie 107 „šalto“ Rb atomus. Laisvojo kritimo metu atomų debesis kerta tris lazerių spindulius, kur pirmasis padalina debesį į du spindulius, o po to surenka kartu, sukeldamas interferenciją. Fazės pokytis tarp dviejų interferometro šakų proporcingas sunkiui nustatomas iš atomų būsenos. Pirmasis absoliutinis šaltų atomų gravimetras buvo sukurtas Paryžiuje. Jis dalyvavo dviejose suderinimo kampanijose, vidinis tikslumas  $1 \mu\text{Gal}$ . Tokio tipo gravimetrų kitose laboratorijose tikslumas  $3\text{--}4 \mu\text{Gal}$ . Svarbu pažymėti, kad atominiai gravimetrai gali būti naudojami ne tik statinėje būklėje, todėl jie tinkami atlikti gravimetrinius matavimus ore ar laivuose, taip pat ir kosmose.

Vis dėlto, šie kilnojami absoliutiniai gravimetrai, skirti lauko matavimams, dar nėra plačiai taikomi, ir dažniau gravimetrinių tinklų sutankinimui bei kitiems tyrinėjimų darbams pasirenkami santykiniai gravimetrai. Ilgą laiką tokiu pasirinkimu buvo mechaniniai astatiniai spyruokliniai gravimetrai LaCoste & Romberg, žinomi kaip gana patikimi prietaisai, vėliau atsirado automatiniai kvarciniai gravimetrai Scintrex CG (1.5 pav.) (Scintrex Limited 2009).



a)



b)

**1.5 pav.** Santykiniai gravimetrai: a) LaCoste&Romberg ir b) Scintrex CG-5  
**Fig. 1.5.** Relative gravimeters: a) LaCoste&Romberg and b) Scintrex CG-5

Gravimetrai Scintrex CG-5 turi aukštos kokybės lydyto kvarco tampriąją sistemą, kuri įmontuota į stabilizuotos temperatūros dviejų lygių vakuumo kamerą. Tai tampriąją sistemą apsaugo nuo temperatūros svyravimų ir atmosferos slėgio pakitimų. Nedideli temperatūros pakitimai pagal temperatūros daviklio signalus įvertinami pataisomis. Tamprioji sistema taip pat apsaugota nuo Žemės magnetinio lauko svyravimų. Smūgių ir vibracijos poveikis slopinamas atitinkamu matavimų signalo apdorojimu. Prietaisas turi seisminį filtrą, kuris gali pašalinti mikroseisminį triukšmą. Gravimetras turi elektroninius gulsčiukus ir posvyrio daviklių pagalba gali įvertinti nedidelius posvyrius matavimų metu. Įvedus duomenis apie punkto padėtį ir laiko juostą, gravimetras automatiškai įvertina Mėnulio ir Saulės poveikį realiu laiku. Šių prietaisų tikslumas siekia  $1 \mu\text{Gal}$ .

Gravimetras Scintrex CG-5 turi patogią vartotojo aplinką. Informacija ir meniu pateikiami grafiniame displejuje. Duomenų įrašymui ir darbui su gravimetru naudojama 27 klavišų klaviatūra. Gravimetras matavimus atlieka pagal matuotojo nustatytą programą. Tokiu būdu nėra atskaitymo paklaidų. Gravimetras turi specialias jungtis, kurių pagalba matavimų duomenys perkeliama į kompiuterį.

Vis dėlto atliekant matavimus, būtina stebėti prietaiso paleidimą, be to, prietaisas turi nulinį slinktį, kurį būtina įvertinti, nes ji kinta netolygiai (Oja *et al.* 2011, 2010; Reudink *et al.* 2014).

Moderni gravimetrinė kontrolė turi atitikti šiuolaikinės geodezijos ir geodinamikos poreikius, atsižvelgiant į laikinas sunkio lauko variacijas. Tai turėtų apimti technologijų naujoves, tikslumo ir patikimumo reikalavimus bei efektyvų palaikymo užtikrinimą.

## 1.4. Gravimetrinių matavimų Lietuvos teritorijoje apžvalga

Pirmieji sunkio matavimai Lietuvoje atlikti XIX a. pradžioje Vilniaus universiteto profesorius J. Sniadeckio. 1865–1868 m. Vilniaus astronomas P. Smyslovas atliko sunkio matavimus Repsoldo prietaisu viename dienovidinyje ir paskaičiavo Žemės paplokštumą 1:296. Prieškario metais prof. K. Šleževičius sunkio pagreitį nustatė 35 punktuose svyruokliniu metodu, matuodamas „Askania – Werke“ firmos keturių svyruoklių Sterneek prietaisu. Matavimų tikslumas siekė apie 3 mGal. Matavimai atlikti Kaune esančio pagrindinio gravimetrinio punkto atžvilgiu. Sunkis  $g = 981491 \text{ mGal}$  nustatytas remiantis Potsdamo sistema, nes pagrindinis gravimetrinis punktas buvo susietas su Potsdamu pagal tarptautinę Baltijos trianguliacijos grandinės sudarymo programą (Petroškevičius 2004b). Normaliniam sunkiui skaičiuoti naudota G. Cassini formulė, tinkanti Haifordo

elipsoidui. Apskaičiuotos sunkio anomalijos laisvajame ore ir Bouguer anomalijos.

Gravimetrinį antrosios klasės tinklą sudaro 21 punktas. Vidutinis atstumas tarp punktų 50–70 km. Punktai įrengti oro uostuose arba vietose, kuriose galėjo nusileisti lėktuvas, kadangi sudarant tinklą, gravimetrai buvo pervežami lėktuvu AH-2. Punktai įtvirtinti metaliniais vamzdžiais arba sieninėmis markėmis. Tinklui sudaryti naudoti atraminiai punktai Vilniuje ir Klaipėdoje, kurie nustatyti pirmosios klasės punkto Rygoje atžvilgiu. Matavimai atlikti gravimetrais Worden, ГАГ-1, ГКСИД, GMT-1.

Sunkio pagreitis šiuose punktuose nustatytas su vidutine kvadratine paklaida 0,2 mGal. Naudojantis 1:25 000 mastelio žemėlapiu, gravimetrinių punktų koordinatės nustatytos 12 m tikslumu. Punktų aukščiai nustatyti geometriniu niveliavimu 0,1 m tikslumu. Rasta 13 antrosios klasės gravimetrinių punktų.

Informacija apie trečiosios klasės tinklą, jungiantį 105 punktus, surinkta iš gravimetrinių punktų katalogų. Punktai išsidėstę tolygiai, išskyrus vakarinę Lietuvos dalį. Beveik pusė punktų įtvirtinti metaliniais vamzdžiais, likusieji sutapdinti su kilometriniiais ar telefono stulpais, riboženkliais, trianguliacijos punktais ir kitais objektais. Matavimai atlikti gravimetrais ГАК-3М, ГАК-4М, ГАК-ИТ, ГАК-7Т, Worden. Naudoti 6 atraminiai punktai, esantys Vilniuje, Panevėžyje, Rygoje, Daugpilyje, Lydoje ir Kaliningrade.

Sunkio pagreičio nustatymo vidutinė kvadratinė paklaida neviršija 0,35 mGal. Daugumos gravimetrinių punktų koordinatės ir aukščiai nustatyti iš 1:25 000 topografinių žemėlapių, tačiau naudoti ir smulkesnių mastelių žemėlapiai. Dauguma šių punktų sunaikinti.

Antrosios ir trečiosios klasės punktų kataloguose sunkio pagreičio reikšmės pateiktos pagal Potsdamo sistemą, koordinatės – 1942 m. koordinatės sistema, aukščiai – Baltijos aukščių sistema. Normalinio sunkio pagreitis skaičiuotas pagal Helmerto formulę. Kataloguose pateikiamos sunkio laisvajame ore ir Bouguer anomalijos. Skaičiuojant Bouguer anomaliją, naudotas žemės plutos tankis  $2,3 \text{ gcm}^{-3}$ .

Išsamią informaciją apie gravitacijos lauką Lietuvoje pateikia ištisinė gravimetrinė nuotrauka. Gravimetrinės nuotraukos (per 10 000 punktų) darbai vykdyti 1951–1962 metais. Tokia nuotrauka Lietuvos teritorijoje sudaryta, tačiau gravimetrinių punktų katalogų nerasta. Todėl naudojamas pagal tą nuotrauką sudarytas Lietuvos teritorijos 1:200 000 mastelio gravimetrinis žemėlapis. Bouguer anomalijų žemėlapis, išleistas 1963–1976 metais, sudarytas remiantis ištisinės gravimetrinės nuotraukos duomenimis. Tai pagrindinis informacijos apie Lietuvos teritorijos gravitacijos lauką šaltinis naudojamas geodeziniuose ir kituose darbuose. Žemėlapyje pateikiamos Bouguer anomalijos kiekvienam gravimetriniam punktui, izoanomalės prarastos kas 2 mGal (Petroškevičius 2004b). Surasta dalis šio žemėlapių priedų, kuriuose pateikiamos sunkio anomalijos lais-

vajame ore ir gravimetrinių punktų aukščiai. Nurodyti vykdytojai, darbų atlikimo laikas, naudoti prietaisai. Sunkio pagreitis matuotas gravimetrais CH-3, ГКА, ГАК-3М, ГАК-4М, ГKM atraminių punktų nr. 184 (I klasė, Vilnius), nr. 386 (II klasė, Panevėžys), Nr. 378 (II klasė, Ryga), Nr. 384 (II klasė, Kaliningradas) atžvilgiu. Aukščiai nustatyti geometriniu arba barometriniu niveliavimu bei naudojant topografinius žemėlapius. Aukščių paklaidos neviršija 2,5 m. Bouguer anomalijų vidutinės kvadratinės paklaidos neviršija 0,8 mGal.

Gravimetrinė nuotrauka Baltijos jūroje padaryta 80 km ruože pagal jūros krantą. Gravimetrinių punktų tankis  $2 \times 4$  km. Matavimai atlikti dugniniais gravimetrais ГДК-ЭМТ ir ГАК-7ДТ, pervežant juos laivu. Naudoti du atraminiai antrosios klasės punktai: Nr. 384 Kaliningrade ir Nr. 383 Klaipėdoje. Punktų koordinatės nustatytos sistema „Pois“, o gylis – echolotu. Išmatuoto gylio vidutinė kvadratinė paklaida yra 0,5 m, koordinatė – 32 m. Gravimetrinių matavimų vidutinė kvadratinė paklaida 0,32 mGal (Petroškevičius 2004b).

Kuršių marių gravimetrinė nuotrauka atlikta gravimetrais ГАК-4М, ГДК, ГРК – „Дельта-2“, ГРК. Gravimetrai buvo nuleidžiami ant marių dugno arba sekliose vietose (iki 2 m gylis) statomi virš vandens ant stovo. Nuotraukos taškai išdėstyti  $1000 \times 1000$  m arba  $500 \times 1000$  m atstumais. Mariose esančių taškų sunkio pagreitis nustatytas 0,15 mGal tikslumu. Gravimetrinių punktų koordinatės nustatytos sankirtų metodu 30 m tikslumu, gyliai nustatyti 10 cm tikslumu.

Pirmosios klasės gravimetrinių punktų Vilniuje ir Klaipėdoje, nustatytų 1976–1983 m. svyruokliniu metodu, tikslumas 0,03 mGal.

Siekiant įvertinti turimus gravimetrinius duomenis, 1998 m. bendradarbiaujant su Danijos specialistais, atlikti sunkio pagreičio matavimai 64 punktuose, tolygiai išsidėsčiusiuose Lietuvos teritorijoje, tarp kurių buvo 12 antrosios klasės punktų. Matuota dviem LaCoste & Romberg gravimetrais. Gravimetrai kalibruoti matuojant Danijos, Estijos, Latvijos ir Lietuvos absoliutinių sunkio pagreičio matavimų punktuose. Matavimai atlikti uždarais maršrutais arba tarp atraminių punktų. Vieną maršrutą sudarė 8–12 punktų, iš viso 16 maršrutų. Skaičiavimams panaudoti 384 matavimų duomenys, sunkio pagreičio išlygintų reikšmių tikslumas 7–12  $\mu$ Gal.

Didžiausi skirtumai tarp apskaičiuotų ir išmatuotų sunkio pagreičio reikšmių: +0,98 mGal ir –1,88 mGal, vidutinė 0,002 mGal. Pagal gravimetrinį žemėlapią nustatyto sunkio pagreičio vidutinė kvadratinė paklaida lygi 0,61 mGal.

Didžiausias skirtumas tarp sunkio pagreičio reikšmių antrosios klasės punktuose, gautų 1968 m. ir 1998 m. yra 0,242 mGal. Vidutinė skirtumo reikšmė – 0,082 mGal. 1968 m. nustatyto sunkio pagreičio vidutinė kvadratinė paklaida 0,11 mGal.

Tuo metu Lietuvoje atlikti gravimetriniai matavimai ir sudaryti tinklai neatitiko šiuolaikinių tikslumo reikalavimų (Petroškevičius 2004b). Naujas Lietuvos gravimetrinis pagrindas, tenkinantis šiuolaikinius reikalavimus, pradėtas kurti

1994 m. sudarant nulinės klasės gravimetrinį tinklą (Mäkinen *et al.* 1995; Mäkinen, Petroškevičius 2003; Paršeliūnas, Petroškevičius 2007). Šiame tinkle yra trys gravimetriniai punktai – Vilnius, Klaipėda ir Panevėžys, įrengti pastatų apatinių aukštų patalpose. Nulinės klasės gravimetrinių punktų ženklai – 2 m įgilinti gelžbetoniniai stulpai. Balistinius matavimus tinklo punktuose gravimetru JILAg-5 atliko Jaakko Mäkinen (Suomijos geodezijos institutas). Matavimai pakartoti 2002 m. Sunkio pagreičio reikšmių nulinės klasės punktuose paklaida 5  $\mu\text{Gal}$ . Remiantis absoliutiniais matavimais, buvo priimta sunkio sistema IGSN 71 ir perduota į visą šalies teritoriją (Mäkinen *et al.* 1995; Mäkinen, Petroškevičius 2003; Paršeliūnas, Petroškevičius 2007).

1998–2001 metais, bendradarbiaujant su Lenkijos ir JAV specialistais, sudarytas pirmosios klasės gravimetrinis tinklas, jungiantis 48 punktus, kurie tolygiai dengia Lietuvos teritoriją. Dauguma punktų įrengti prie bažnyčių. Jie pažymėti į pastatų pamatus ar laiptus įbetonuota marke. Punkto vietą nurodo prie pastato sienos pritvirtinta gravimetrinio punkto informacinė lentelė. Kiekviena tinklo styga matuota po tris kartus trimis – šešiais gravimetrais LaCoste & Romberg (Petroškevičius, Paršeliūnas 2003; Petroškevičius 2004b; Sas-Uhrynowski, Mroczek 2002; Skeivalas *et al.* 2008). Vidutinis atstumas tarp punktų apie 50 km. Pagal nesąryšius apskaičiuota stygos matavimo paklaida 6  $\mu\text{Gal}$ . Išlyginant pirmosios klasės tinklą atraminiais pasirinkti nulinės klasės tinklo punktai. Vieno matavimo vidutinė kvadratinė paklaida 14  $\mu\text{Gal}$ . Išlygintų sunkio pagreičio reikšmių paklaidos neviršija 4  $\mu\text{Gal}$ .

Vilniaus Gedimino technikos universiteto Geodezijos institutas 2007–2009 metais atliko pirmosios klasės gravimetrinio tinklo sutankinimą antrosios klasės gravimetriniu tinklu. Matavimai atlikti pačiais naujausiais automatiniais gravimetrais Scintrex CG-5. Naujas antrosios klasės gravimetrinis tinklas turi 635 punktus. Sunkio pagreičio, nustatyto vienu reisų, vidutinė kvadratinė paklaida yra 6,4  $\mu\text{Gal}$ , dviem reisais – 4,5  $\mu\text{Gal}$ . Išlyginto vieno matavimo vidutinė kvadratinė paklaida neviršija 5  $\mu\text{Gal}$  (Birvydienė 2010; Birvydienė *et al.* 2009). Taigi šiuo metu Lietuvos gravimetrinis tinklas jungia 686 punktus, kuriuose sunkio pagreitis žinomas su vidutine kvadratine paklaida neviršijančia 9  $\mu\text{Gal}$ .

Kadangi anksčiau buvo naudoti G. Cassinio (Hayfordo elipsoidas), Helmerio (Krasovskio elipsoidas) ir kiti normalieji sunkio laukai, Potsdamo sunkio sistema bei 1942 m. koordinacių sistema, o šiuo metu naudojamas GRS 80 normalusis sunkio laukas (Petroškevičius 2000c), IGSN 71 sunkio sistema ir LKS 94 koordinacių sistema, todėl labai aktualus įvairių gravimetrinių duomenų redukavimo klausimas.

## 1.5. Pirmojo skyriaus išvados ir disertacijos uždavinių formulavimas

1. Informacija apie Žemės sunkio lauką, jo nevienalytiškumą ir kitimą reikalinga sprendžiant įvairius geodezinius uždavinius: redukuojant geodezinių ir gravimetrinių matavimų duomenis, nustatant geopotencialinius skaičius, Žemės paviršiaus taškų aukščius, sunkio lauko ekvipotencialinių paviršių bei geoido ir kvazigeoido formą, pasirenkant aukščių sistemas. Didėjantis geodezinių matavimų tikslumas, ypač taikant kosminės geodezijos metodus (pavyzdžiui normaliniams aukščiams nustatyti), o taip pat atliekant geodezinius darbus unikaliuose statybose, reikalauja tikslesnės ir detalesnės informacijos apie sunkio lauko nevienalytiškumą ir jo kitimą. Šie klausimai yra svarbūs geodinaminiams ir geofiziniais tyrimams, tiksliajai navigacijai, raketų ir kosminių aparatų judėjimui, metrologijai bei kitoms sritims. Todėl siekiant gauti didesnio tikslumo informaciją apie sunkio lauką, reikia tobulinti sunkio lauko nevienalytiškumo ir jo kitimo tyrimų metodiką.

2. Atliekant sunkio lauko tyrimus jis dalomas į dvi dalis – normalinę ir anomalinę sunkio laukus. Priklausomai nuo geodezinių darbų pobūdžio, užimamos teritorijos bei sprendžiamų uždavinių sudėtingumo, gali būti pasirenkami įvairūs normaliniai sunkio laukai. Todėl svarbu įvertinti ir normalinių sunkio laukų nevienalytiškumą. Geodeziniais matavimams svarbus normalinio sunkio lauko ekvipotencialinių paviršių antilygiagretumas.

3. Laiko bėgyje dėl įvairių priežasčių vyksta sunkio lauko pakitimai. Didesnis dėmesys yra skiriamas tik sunkio pakitimams ir jų įvertinimui gravimetriniuose matavimuose. Tačiau didėjant geodezinių matavimų tikslumui būtina įvertinti ir kitų sunkio lauko elementų, susietų su geodeziniais matavimais, pakitimus (vertikalės nuokrypis, ekvipotencialio paviršiaus deformacijos, aukščių skirtumų kitimas).

4. Informacija apie sunkio lauko nevienalytiškumą yra susieta su tam tikromis pagrindinių geodezinių konstantų, geodezinių koordinačių, aukščių, normalinio ir realaus sunkio bei Žemės plutos tankio sistemomis. Todėl naudojant skirtingų epochų duomenis apie sunkio lauką, reikalingi algoritmai redukciniams skaičiavimams atlikti.

5. Svarbią vietą sunkio lauko nevienalytiškumo tyrimuose užima tikslieji gravimetriniai matavimai. Geodezinėje praktikoje pradedami naudoti automatiniai kvarciniai gravimetrai Scintrex CG-5, todėl svarbūs minėtų gravimetrų tyrimai, siekiant patobulinti matavimų šiais gravimetrais metodiką. Čia svarbūs gravimetrų kalibravimo koeficientų ir gravimetrų nulio slinkties tyrimai bei gautų rezultatų palyginimas su anksčiau plačiai naudotų metalinių gravimetrų LaCoste & Romberg duomenimis.



6. Šiandieninių absoliutinių balistinių ir santykinų sunkio matavimų tikslumas siekia keletą  $\mu\text{Gal}$ , todėl svarbus, didesniu tikslumu, sunkio pakitimų įvertinimas į gravimetrinių matavimų duomenis bei sunkio reikšmių redukavimas į skirtingus erdvės taškus bei epochas (vidutinio poliaus judėjimo įvertinimas, masių pasikeitimų įvertinimas). Tai ypač svarbu atliekant sunkio lauko pakitimų tyrimus.

7. Atliekant absoliutinius balistinius ir santykinus gravimetrinius matavimus 1994–2009 metais sukurtas naujas Lietuvos teritorijos gravimetrinis pagrindas. Reikia įvertinti ir palyginti gravimetrinių tinklų sudarytų skirtingais gravimetrais tikslumą.

8. Lietuvos teritorijoje sprendžiant geodezinius uždavinius taip pat naudojami gravimetrinio žemėlapių, sudaryto remiantis 1954–1962 metais atliktais gravimetriniais matavimais, duomenys. Todėl, naudojant naujų gravimetrinių matavimų duomenis, reikia įvertinti gravimetrinio žemėlapių tikslumą ir nustatyti ryšį tarp naujos sunkio sistemos, priimtos absoliutiniais sunkio pagreičio matavimais, ir anksčiau naudotos Potsdamo sunkio sistemos.

9. Sprendžiant kai kuriuos uždavinius, susietus su sunkio lauko nevienalytiškumu, galima naudoti ir pasaulinio geopotencialo modelio duomenis, tačiau reikia įvertinti to modelio Lietuvos teritorijoje tikslumą.

Remiantis atlikta sunkio lauko tyrimų analize ir iškeltomis su sunkio lauko tyrimais susijusiomis problemomis, numatyta, kad disertacinio darbo tikslui pasiekti reikėtų spręsti tokius uždavinius:

1. Parengti patobulintą normalinio ir anomalinio sunkio laukų nevienalytiškumo tyrimų metodiką, įvertinant jėgų linijų kreivumą ir ekvipotencialinių paviršių antilygiagretumą.

2. Tobulinti matavimų automatiniais kvarciniais gravimetrais metodiką.

3. Parengti trikdymo potencialo poveikio sunkio lauko elementams, susiejiams su geodeziniais matavimais, įvertinimo metodiką.

4. Taikant parengtą metodiką, įvertinti sunkio lauko nevienalytiškumą Lietuvos teritorijoje.



---

## **Žemės normalinio ir anomalinio sunkio laukų nevienalytiškumo tyrimo metodika**

Skyriuje, remiantis potencialo teorija, išnagrinėta Žemės normalinio ir anomalinio sunkio laukų nevienalytiškumo įvertinimo metodika. Pristatyti dažniau naudojami normaliniai sunkio laukai: vienalytis, centrinis ir elipsoidinis. Paskutiniųjų nevienalytiškumas vertinamas jėgų linijų kreivumu bei ekvipotencialinių paviršių antilygiagretumu. Pateikti naujų kvarcinių automatinių gravimetrų tyrimų rezultatai. Anomalinio sunkio lauko nevienalytiškumas išreiškiamas sunkio anomalijomis. Pateikta sunkio anomalijų nustatymo pagal skirtingus duomenis metodika. Ištirtas trikdymo potencialo poveikis sunkio lauko elementams, susietiems su geodeziniais matavimais. Siūloma vienalyčio kūno, turinčio stačiakampio gretasienio formą, poveikio sunkio laukui įvertinimo metodika, kurią taikant įvertinamas poveikis ne tik sunkio reikšmei, bet taip pat ir jo kryptčiai.

Atliktų tyrimų medžiaga paskelbta autorės straipsniuose bei konferencijų medžiagoje (Birvydienė 2010; Paršeliūnas *et al.* 2011, 2013; Petroškevičius *et al.* 2011).

## 2.1. Vienalyčio normalinio lauko samprata

Geodezijoje Žemės sunkio lauko potencialas  $W$  dalomas į du potencialus: normalinį, kuris užsiduodamas, ir anomalinį. Galimi du normalinio sunkio lauko panaudojimo atvejai. Mažesnio tikslumo geodeziniuose darbuose normalinis sunkio laukas naudojamas kaip modelis, apytiksliai išreiškiantis realų Žemės sunkio lauką. Kitu atveju, tiksluosiuose geodeziniuose darbuose, normalinis sunkio laukas naudojamas kaip atskaitos laukas anomaliniam potencialui rasti bei realiam sunkio laukui įvertinti ir jo tyrimams atlikti. Normalinis laukas pasirenkamas taip, kad jį aprašantis potencialas turėtų kuo paprastesnę matematinę išraišką ir būtų galimai artimesnis realaus sunkio lauko potencialui. Taigi Žemės sunkio lauko tyrimuose nuo realaus sunkio potencialo  $W$  tyrimų pereinama prie nedidelio dydžio anomalinio potencialo tyrimų.

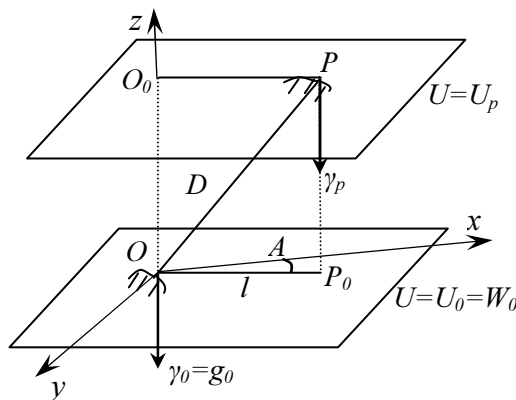
Vienalytis normalinis sunkio laukas aprašomas tiesine normalinio sunkio potencialo  $U_v$  funkcija (Огородова 2010)

$$U_v = U_{v0} - \gamma_v z, \quad (2.1)$$

čia  $U_{v0}$  – pradinio ekvipotencialinio paviršiaus, nuo kurio atskaičiuojami aukščiai  $z$ , potencialas;  $\gamma_v$  – normalinis sunkis, turintis pastovų dydį ir kryptį

$$\gamma_v = -\frac{\partial U_v}{\partial z} = \text{const}. \quad (2.2)$$

Šiame normaliniame lauke ekvipotencialiniai paviršiai yra lygiagrečios plokštumos, o jėgų linijos – lygiagrečios tiesės (2.1 pav.).



**2.1 pav.** Vienalytis normalinis sunkio laukas  
**Fig. 2.1.** Homogeneous normal gravity field

Nedideliame plote išcentrinės jėgos potencialas laikomas pastoviu dydžiu.

Vienalytis normalinis sunkio laukas gali būti naudojamas tiksluosiuose, nedideliame plote atliekamuose, inžinerinės geodezijos darbuose, kurie aprūpina įvairių objektų statybą bei eksploataciją. Naudojant vienalytį normalinį sunkio lauką gali būti taikoma topocentrinė horizontalinė cilindrinė koordinačių sistema, kurios pradžia sutampa su pasirinktu pradiniu tašku  $O$ , kurio realus potencialas  $W_0$  sutampa su normaliniu potencialu, o sunkis  $g_0$  su normaliniu sunkiu. Tuomet normaliniam potencialui ir sunkio anomalijai  $(g - \gamma)$  galima parašyti

$$U_v = W_0 - g_0 z, \quad (2.3)$$

$$(g - \gamma) = g - g_0. \quad (2.4)$$

Taikant vienalytį normalinį lauką, vietiniai normaliniai aukščiai sutaps su vietiniais dinaminiais aukščiais, kadangi daliklis  $g_0$  pastovus dydis

$$H = \frac{W_0 - W}{g_0}. \quad (2.5)$$

Vietinis geodezinis aukštis išreiškiamas formule

$$z = H + \zeta, \quad (2.6)$$

čia  $\zeta$  – aukščio anomalija, nustatoma pagal formulę

$$\zeta = \frac{T_v}{g_0}, \quad (2.7)$$

čia  $T_v$  – anomalinis potencialas

$$T_v = W - U_v. \quad (2.8)$$

Kadangi geodezinėje praktikoje dar taikomi centrinis ir elipsoidinis normaliniai sunkio laukai, tai anomalinį potencialą vienalyčio lauko atžvilgiu  $T_v$  galima išreikšti centrinio lauko nevienalytiškumu, elipsoidinio lauko nuokrypiu nuo centrinio lauko ir anomaliniu potencialu  $T$  elipsoidinio lauko atžvilgiu

$$T_v = (U_c - U_v) + (U - U_c) + T, \quad (2.9)$$

čia  $U_c$  – centrinio normalinio lauko potencialas,  $U$  – elipsoidinio normalinio lauko potencialas.

Pagrindinę įtaką anomaliniam potencialui  $T_v$  turi centrinio lauko nuokrypis nuo vienalyčio lauko, todėl toliau ir nagrinėjamas centrinio lauko nevienalytiškumas.

## 2.2. Centrinio normalinio lauko nevienalytiškumas

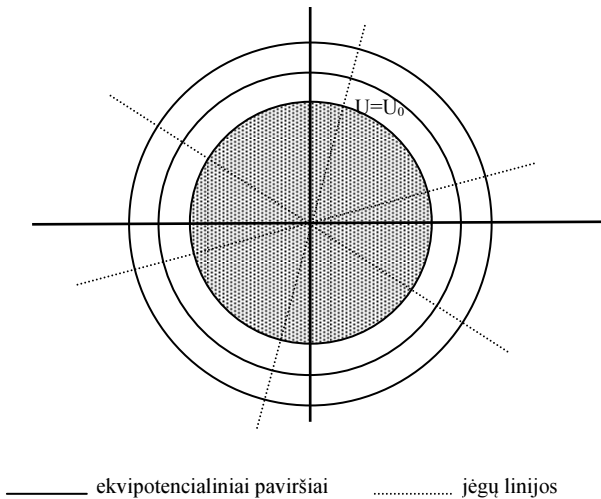
Šiuo atveju normalinį lauką sukuria nesisukantis rutulys, vienalytis arba turintis simetrišką tankį centro atžvilgiu. Tokio rutulio traukos potencialas išreiškiamas formule

$$U_c = \frac{GM}{r}, \quad (2.10)$$

čia  $G$  – gravitacijos konstanta;  $M$  – Žemės masė;  $GM$  – geocentrinė gravitacijos konstanta;  $r$  – atstumas nuo rutulio centro. Traukos jėga  $\gamma_c$  nustatoma pagal formulę

$$\gamma_c = \frac{GM}{r^2}. \quad (2.11)$$

Rutulys išorinėje erdvėje sukuria nevienalytį centrinį normalinį lauką, kurio ekvipotencialiniai paviršiai – koncentrinės sferos, jėgų linijos – tiesės, kertančios rutulio centrą (2.2 pav.).



**2.2 pav.** Centrinio normalinio lauko ekvipotencialiniai paviršiai ir jėgų linijos  
**Fig. 2.2.** The equipotential surfaces and plumb lines of central gravity field

Ant to paties ekvipotencialinio paviršiaus jėgos dydis pastovus, priklausantis nuo atstumo  $r$ , tačiau kryptys skirtingos ir nukreiptos į rutulio centrą.

Įvertinamas centrinio lauko nevienalytiškumas. Remiantis centrinio ir vienalyčio laukų teorija (Огородова 2010), galima parašyti formules potencialų skirtumui

$$U_c - U_v = -\frac{GMl^2}{2R^3} \left( 1 - \frac{2z^2}{l^2} \right), \quad (2.12)$$

čia  $R$  – vidutinis Žemės spindulys;  
aukščio anomalijai

$$\zeta_c = \frac{U_c - U_v}{\gamma_c} = -\frac{l^2}{2R} \left( 1 - \frac{2z^2}{l^2} \right); \quad (2.13)$$

vertikalės nuokrypiui

$$v_c = \frac{l}{R}. \quad (2.14)$$

Priėmus vidutinį Žemės spindulį  $R = 6371$  km, gaunama

$$U_c - U_v = -0,771 \cdot 10^{-6} l^2 \left( 1 - \frac{2z^2}{l^2} \right) \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$\zeta_c = -0,785 \cdot 10^{-7} l^2 \left( 1 - \frac{2z^2}{l^2} \right) \text{ mm}$$

$$v_c = 0,03238'' l.$$

Įvertintas centrinio normalinio lauko nevienalytiškumas priklausomai nuo spindulio  $l$ . Skaičiavimo rezultatai pateikti 2.1 lentelėje.

Analizuojant lentelėje pateiktus duomenis matyti, kad tuo metu, kai aukščių prieaugių matavimo tikslumas viršija 0,2 mm, o kampų matavimo paklaidos didesnės nei 1,6'', centrinio lauko nevienalytiškumo galima nevertinti atstumams, mažesniems nei 50 m.

Artimesnis realiam Žemės sunkio laukui yra geodezijoje dažnai naudojamas elipsoidinis normalinis sunkio laukas, kurio nevienalytiškumas toliau ir vertinamas.

**2.1 lentelė.** Centrinio normalinio lauko nevienalytiškumas**Table 2.1.** Non-homogeneity of the central normal gravity field

$l, m$	$U_c - U_v, m^2/s^2$	$\zeta_c, mm$	$v_c, ''$
10	$-7,707 \cdot 10^{-5}$	-0,01	0,32
30	$-6,936 \cdot 10^{-4}$	-0,07	0,97
40	$-1,233 \cdot 10^{-3}$	-0,13	1,30
50	$-1,927 \cdot 10^{-3}$	-0,20	1,62
100	$-7,707 \cdot 10^{-3}$	-0,78	3,24
200	$-3,083 \cdot 10^{-2}$	-3,14	6,48
300	$-6,936 \cdot 10^{-2}$	-7,06	9,71
500	$-1,927 \cdot 10^{-1}$	-19,62	16,19
700	$-3,776 \cdot 10^{-1}$	-38,46	22,66
1000	$-7,707 \cdot 10^{-1}$	-78,48	32,38
5000	$1,927 \cdot 10$	1962,02	161,88
10000	$7,707 \cdot 10$	7848,06	323,76

## 2.3. Elipsoidinio normalinio sunkio lauko nevienalytiškumo įvertinimas

Elipsoidinio normalinio sunkio lauko nevienalytiškumas išreiškiamas jo nuokrypiu nuo centrinio normalinio lauko.

### 2.3.1. Elipsoidinis normalinis sunkio laukas

Elipsoidinį normalinį sunkio lauką sukuria sukimosi elipsoidas, kurio paviršius sutampa su normalinio lauko ekvipotencialiniu paviršiumi. Elipsoido paviršiuje

$$U = U_0, \quad (2.15)$$

čia  $U_0$  – konstanta. Ekvipotencialinis elipsoidas naudojamas geodezijos geometriniais ir fizikiniais uždaviniais spręsti. Elipsoido atžvilgiu nustatoma Žemės paviršiaus forma, o jo sukuriama normalinio lauko atžvilgiu – anomalinis potencialas.

Normalinis potencialas elipsoido paviršiuje išreiškiamas formule (Moritz 1980)



$$U_0 = \frac{GM}{\sqrt{a^2 - b^2}} \arctan e' + \frac{1}{3} \omega^2 a^2, \quad (2.16)$$

čia  $e'$  elipsoido antrasis ekscentricitetas, skaičiuojamas pagal formulę

$$e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2};$$

čia  $a$  – elipsoido didžioji pusašė;  $b$  – elipsoido mažoji pusašė;  $\omega$  – Žemės kampinis sukimosi greitis.

Normalinis sunkis elipsoido paviršiuje  $\gamma_0$  gaunamas kaip normalinio sunkio potencialo išvestinė, išorinės normalės  $n$  į elipsoido ekvipotencialinį paviršių kryptimi

$$\gamma_0 = -\frac{\partial U}{\partial n}. \quad (2.17)$$

Jis išreiškiamas C. Somigliana formule (Torge 1989)

$$\gamma_0 = \frac{a\gamma_e \cos^2 B + b\gamma_p \sin^2 B}{\sqrt{a^2 \cos^2 B + b^2 \sin^2 B}}, \quad (2.18)$$

čia  $\gamma_e$  – normalinis sunkis elipsoido pusiaujuje;  $B$  – geodezinė platuma;  $\gamma_p$  – normalinis sunkis elipsoido poliuose. Skaičiuojant galima taikyti ir tokią formulę

$$\gamma_0 = \gamma_e \frac{1 + k \sin^2 B}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}, \quad (2.19)$$

čia  $k = \frac{b\gamma_p}{a\gamma_e} - 1$ .

Šiuo metu daugelyje šalių, taip pat ir Lietuvoje, naudojamas GRS 80 (Geodetic Reference System 1980) normalinis sunkio laukas, kurio parametrai pateikti 2.2 lentelėje (Geodesy Information System GeodIS 2011; Moritz 1980). Anksčiau naudoti Helmerto ir G. Cassinio normaliniai sunkio laukai (Petroškevičius, Paršeliūnas 1998; Petroškevičius 2004b).

2.3 lentelėje pateikiamos GRS 80 normalinio sunkio lauko pagreičio reikšmės, esant skirtingoms platumos reikšmėms Lietuvos teritorijoje.

**2.2 lentelė.** GRS 80 normalinio sunkio lauko parametrai**Table 2.2.** Parameters of the Geodetic Reference system 1980 (GRS 80)

<i>Pagrindinės konstantos</i>	Simbolis	Vertė	Parametras
	$GM$	$3986005 \cdot 10^8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$	geocentrinė gravitacijos konstanta
	$I_2$	$108263 \cdot 10^{-8}$	Žemės formos dinaminis koeficientas
	$a$	6378137 m	Didžioji elipsoido pusašė
	$\omega$	$7292115 \cdot 10^{-11} \text{ rad s}^{-1}$	Žemės kampinis sukimosi greitis
<i>Išvestinių parametų reikšmės</i>	$b$	6356752,3141 m	elipsoido mažoji pusašė
	$e^2$	0,00669438002290	elipsoido pirmasis ekscentricitetas
	$e'^2$	0,00673949677548	elipsoido antrasis ekscentricitetas
	$\alpha$	1:298,257222101	paplokštumas
	$\gamma_e$	978032,67715 mGal	normalinis sunkis ties pusiauju
	$\gamma_p$	983218,63685 mGal	normalinis sunkis poliuose
	$k$	0,001931851353	koeficientas

**2.3 lentelė.** GRS 80 normalinio sunkio lauko potencialo ir pagreičio reikšmės**Table 2.3.** Gravity values of the GRS 80 normal gravity field

B, ° '	$U_0, \text{m}^2/\text{s}^2$	$\gamma_0, \text{mGal}$
56 40	62636860,850	981647,8419
56 20		981620,0218
56 00		981592,0676
55 40		981563,9830
55 20		981535,7718
55 00		981507,4379
54 40		981478,9852
54 20		981450,4174
54 00		981421,7385
53 40		981392,9524

Sunkio pagreičio reikšmės akivaizdžiai parodo, jog didėjant platumai  $B$ , t. y. judant link polių, normalinio lauko sunkis didėja. Pasikeitus platumai  $20'$  Lietuvos teritorijoje, sunkio pagreitis pakinta apie  $28,3$  mGal, bendras pokytis yra  $0,25$  Gal. Šis pokytis sudaro  $4,9\%$  nuo skirtumo tarp normalinio sunkio pusiaujuje ir poliuose.

### 2.3.2. Normalinio lauko vertikaliojo gradiento radimas

Normalinio sunkio lauko vertikalųjį gradientą išreiškia normalinio potencialo antroji išvestinė išorinės normalės į ekvipotencialinį elipsoidą kryptimi (Огородова 2010)

$$\frac{\partial \gamma}{\partial n} = -\gamma_0 \left( \frac{1}{M} + \frac{1}{N} \right) - 2\omega^2, \quad (2.20)$$

čia  $M$  – dienovidinio kreivumo spindulys

$$M = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 B)^{3/2}}, \quad (2.21)$$

$N$  – pirmojo vertikalo kreivumo spindulys

$$N = \frac{a}{(1-e^2 \sin^2 B)^{1/2}}, \quad (2.22)$$

$e$  – elipsoido pirmasis ekscentricitetas

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}. \quad (2.23)$$

Normaliniam sunkio pagreičiui redukuoti galima naudotis Teiloro eilutės pirmaisiais nariais

$$\gamma = \gamma_0 + \frac{\partial \gamma}{\partial n} H + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \gamma}{\partial n^2} H^2, \quad (2.24)$$

čia  $H$  – aukštis virš elipsoido,

$$\frac{\partial^2 \gamma}{\partial n^2} = \frac{6\gamma_0}{a^2 (1 - \alpha \sin^2 B)^2} \quad (\text{Torge 1989}). \quad (2.25)$$

Normalinio sunkio lauko vertikalusis gradientas kinta nuo  $-0,30878$  mGal/m ties pusiauju iki  $-0,30834$  mGal/m ties poliais. 2.4 lentelėje pateiktos GRS 80 normalinio sunkio vertikaliojo gradiento reikšmės Lietuvos

teritorijai, ir čia, kaip rodo skaičiavimų rezultatai, vidutinė reikšmė yra  $-0,30848 \text{ mGal/m}$ .

**2.4 lentelė.** GRS 80 normalinio sunkio vertikalusis gradientas

**Table 2.4.** The vertical gradient of the GRS 80 normal gravity field

$B, ^\circ '$	$\frac{\partial \gamma}{\partial n}, \text{ mGal/m}$	$\frac{\partial^2 \gamma}{\partial n^2}$
56 40	$-0,308472412$	$0,0000001455$
56 20	$-0,308474778$	$0,0000001455$
56 00	$-0,308477155$	$0,0000001454$
55 40	$-0,308479543$	$0,0000001454$
55 20	$-0,308481942$	$0,0000001454$
55 00	$-0,308484352$	$0,0000001454$
54 40	$-0,308486771$	$0,0000001454$
54 20	$-0,308489201$	$0,0000001454$
54 00	$-0,308491639$	$0,0000001454$
53 40	$-0,308494087$	$0,0000001454$

Sprendžiant iš gautų rezultatų, normalinio lauko sunkis pasikeičia  $1 \text{ mGal}$ , pasikeitus aukščiui  $3,24 \text{ m}$ , atitinkamai  $0,81 \text{ m}$  aukščio pasikeitimas lemia sunkio pasikeitimą  $0,25 \text{ mGal}$ .

Esant aukščiui virš elipsoido  $H$  lygiam  $100 \text{ m}$ , Teiloro eilutės pirmasis narys lygus  $30,85 \text{ mGal}$ , tuo tarpu antrasis narys tik  $0,7 \text{ } \mu\text{Gal}$ . Kad antrasis narys duotų pataisą bent  $5 \text{ } \mu\text{Gal}$ , – aukštis turėtų būti apie  $260 \text{ m}$  virš elipsoido.

### 2.3.3. Jėgų linijų kreivumo įvertinimas

Elipsoidinio normalinio lauko jėgų linija, skirtingai nuo centrinio lauko, yra dienovidinio plokštumos kreivė, kurios kreivumo spindulys  $\rho$  priklauso nuo normalinio sunkio horizontaliojo gradiento dienovidinio kryptimi. Jeigu priimti stačiakampių koordinatčių sistemą, kurios pradžia Žemės paviršiaus taške, ašis  $z$  sutampa su normalinio sunkio kryptimi, ašys  $x$  ir  $y$  horizonto plokštumoje nukreiptos atitinkamai į šiaurę ir rytus, tai galima parašyti, kad (Огородова 2010)

$$\rho = \frac{\gamma_0}{\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}}, \quad (2.26)$$

čia  $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} = \frac{\partial \gamma_0}{M \partial B},$

$$\frac{\partial \gamma_0}{\partial B} = \frac{\gamma_e \sin 2B}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}} \left[ k + \frac{e^2 (1 + k \sin^2 B)}{2(1 - e^2 \sin^2 B)} \right]. \quad (2.27)$$

2.5 lentelėje pateiktos sunkio lauko jėgų linijų kreivumo spindulio reikšmės įvairioms platumoms Lietuvos teritorijoje.

**2.5 lentelė.** Normalinio sunkio lauko jėgų linijų kreivumo spindulio reikšmės

**Table 2.5.** The values of the curvature of the plumbines in the normal gravity field

$B, ^\circ '$	$\rho, \text{ km}$
56 40	1312957,315
56 20	1306442,932
56 00	1300167,366
55 40	1294125,528
55 20	1288312,575
55 00	1282723,896
54 40	1277355,105
54 20	1272202,030
54 00	1267260,707
53 40	1262527,370

Skaičiavimų rezultatai rodo, kad ties pusiauju ir poliais, normalinio sunkio lauko jėgų linijos kreivumo spindulio reikšmės siekia  $10^{12}$ – $10^{24}$  km eilės, kai tuo tarpu vidutinėse platumose –  $10^7$ , o tai reiškia, jog kreivumo spinduliai ties pusiauju ir poliais yra artimi tiesėms, o kitur kreivės.

### 2.3.4. Ekvipotencialinių paviršių antilygiagretumo įvertinimas

Kadangi normalinis sunkis ant ekvipotencialinio elipsoido paviršiaus yra nepastovus, tai, remiantis potencialo teorija, galima teigti, kad atstumas tarp normali-

nio lauko ekvipotencialinių paviršių bus nevienodas. Jis atvirkščiai proporcingas normalinio sunkio dydžiui. Duotame taške ekvipotencialinio paviršiaus kreivumas skirtingomis kryptimis nevienodas. Normalinis sunkis, einant nuo Žemės pusiaujo jos polių link, didėja, todėl atstumas tarp ekvipotencialinių paviršių poliaus link mažėja. Įvertinamas ekvipotencialinio paviršiaus, artimo elipsoido paviršiui, aukščio  $H$  pasikeitimas. Kadangi potencialų skirtumas  $\Delta U$  tarp dviejų ekvipotencialinių paviršių yra pastovus, tai ekvipotencialinio paviršiaus aukščiams virš elipsoido  $H_p$  – poliuje ir  $H_e$  – ant pusiaujo, galime parašyti

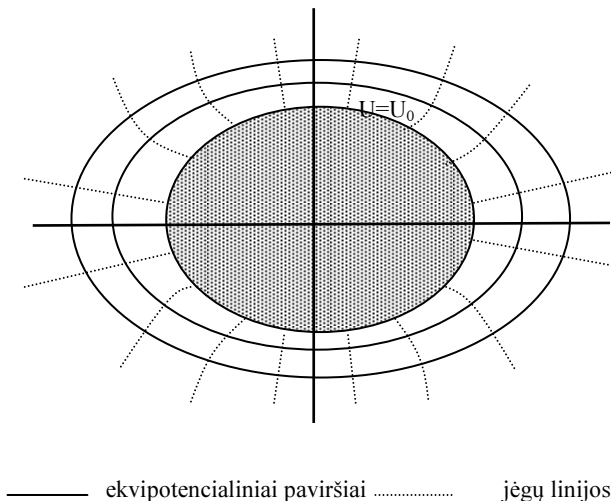
$$\Delta U = \gamma_p H_p = \gamma_e H_e, \quad (2.28)$$

$$H_e - H_p = \frac{\gamma_p - \gamma_e}{\gamma_e} H_p. \quad (2.29)$$

Įvertinus normalinio sunkio reikšmes poliuje ir ant pusiaujo, gaunama

$$H_e - H_p = 0,005302 \cdot H_p.$$

Priėmus, kad ekvipotencialinio paviršiaus poliuje aukštis  $H_p = 110$  m, gaunama, kad pusiaujuje jo aukštis bus 0,58326 m didesnis.



**2.3 pav.** Elipsoidinio normalinio lauko jėgų linijos ir ekvipotencialiniai paviršiai

**Fig. 2.3.** The plumb lines and equipotential surfaces of the ellipsoidal gravity field

Didėjant aukščiui atstumų skirtumas tarp ekvipotencialinių paviršių poliuje ir pusiaujuje didės, taigi didės ir normalinio lauko ekvipotencialinių paviršių plokštumas (2.3 pav.).

Geodezinėje praktikoje svarbu įvertinti dviejų artimų normalinio lauko ekvipotencialinių paviršių antilygiagretumą nedideliuose atstumuose. Elipsoidinio normalinio lauko ekvipotencialinių paviršių antilygiagretumas tarp punktų  $i$  ir  $k$  išreiškiamas formule

$$f_n = -\frac{1}{\gamma_v}(\gamma_{0k} - \gamma_{0i})H_v, \quad (2.30)$$

čia  $\gamma_v$  – vidutinis normalinis sunkio pagreitis tarp elipsoido ir teluroido;  $\gamma_{0i}$ ,  $\gamma_{0k}$  – normalinis sunkio pagreitis punktuose ties elipsoido paviršiumi;  $H_v$  – punktų vidutinis normalinis aukštis.

Elipsoidinio normalinio sunkio lauko jėgų linijos ir ekvipotencialiniai paviršiai parodyti 2.3 paveiksle.

## 2.4. Sunkio matavimų metodika

Praktiniuose sunkio lauko nevienalytiškumo tyrimuose svarbią vietą užima santykiniai gravimetriniai matavimai. Detales sunkio lauko tyrimams dažniausiai taikomas statinis sunkio pagreičio prieaugių nustatymo metodas (Paršeliūnas, Petroškevičius 2007; Paršeliūnas *et al.* 2010; Petroškevičius 2004b), kuriame stebima kūno veikiamo sunkio ir kompensuojančios jėgos pusiausvyra. Statinių gravimetrų, pagrindinis elementas yra tamprioji sistema, kurioje kaip kompensuojanti jėga panaudojama spyruoklių ar prisuktų siūlų tamprumo jėga bei elektromagnetinės jėgos. Mechaninių gravimetrų tampriosios sistemos gaminamos iš lydyto kvarco arba elinvaro tipo metalų lydinių, turinčių mažą temperatūrinį plėtimosi koeficientą. Kadangi gravimetrais tenka matuoti labai nedidelius sunkio pokyčius, tai naudojamos padidinto jautrumo astatinės tampriosios sistemos. Tampriosios sistemos medžiagų savybės laiko bėgyje keičiasi, todėl pastoviai keičiasi ir gravimetro atskaitos, vyksta taip vadinama gravimetro nulio slinktis, kuri vykstant matavimus ir taikant tam tikrą matavimų metodiką, turi būti nustatyta. Nuo gravimetro nulio slinkties charakterio ir jos patikimo nustatymo didele dalimi priklauso ir matavimų tikslumas. Tam, kad statiniais gravimetrais išmatuotą sunkio pagreitį išreikšti sunkio vienetais, gravimetrus būtina kalibruoti.

Paskutiniaisiais metais geodezinėje praktikoje sėkmingai pradėti naudoti kvarciniai automatiniai gravimetrai Scintrex CG-5 (Birvydienė *et al.* 2009; Paršeliūnas *et al.* 2010; Paršeliūnas, Petroškevičius, *et al.* 2008) (1.4 pav.).

Tai naujo tipo gravimetrai, palengvinantys ir supaprastinantys gravimetrinius matavimus bei didinantys jų tikslumą. Todėl plečiantis šių gravimetrų panaudojimui, svarbūs jų tyrimai bei matavimų jais metodikos tobulinimas. Pateikiami šių gravimetrų tyrimų rezultatai, kurie gali būti panaudoti tobulinant gravimetrinių matavimų metodiką. Atlikti kai kurie šių gravimetrų palyginimai su gerai praktikoje užsirekomendavusiais (Seigel 1995) metaliniais gravimetrais LaCoste & Romberg. Tyrimams panaudoti laboratorinių, bazinių bei gravimetrinio tinklo matavimų duomenys.

#### **2.4.1. Kvarcinių automatinių gravimetrų kalibravimo koeficientų kitimo tyrimas**

Gravimetrų Scintrex CG-5 kalibravimas tiesiniam koeficientui (Lederer 2009; Torge 1989) nustatyti atliktas gravimetrinėje bazėje, kuri jungia dienovidinio kryptimi išsidėsčiusius gravimetrinius punktus – Eišiškės, Vilnius, Panevėžys, Saločiai. Punktai yra prie gero kelio, todėl patogūs gravimetriniams matavimams atlikti. Bazės ilgis 270 km, sunkio prieaugis 201 mGal. Punktuose Vilnius ir Panevėžys 1994 ir 2002 metais atlikti absoliutiniai sunkio pagreičio matavimai balistiniu gravimetru JILAg-5 (Mäkinen, Petroškevičius 2003). Šiuose punktuose sunkio pagreičio vidutinė kvadratinė paklaida 5  $\mu$ Gal. Likę du bazės punktai priklauso pirmosios klasės gravimetriniam tinklui. Sunkio pagreičio šiuose punktuose vidutinė kvadratinė paklaida neviršija 10  $\mu$ Gal. 2007–2011 metais atlikta 12 gravimetrinės bazės matavimų. 2007–2009 metais atlikta po du bazinius matavimus, prieš ir po matavimų, atliekamų sudarant Lietuvos antrosios klasės gravimetrinį tinklą. Matavimai vykdyti reisu Vilnius, Panevėžys, Saločiai, Panevėžys, Vilnius, Eišiškės, Vilnius. Bazės punktuose buvo atliekama po 20 ciklų matavimų. Matavimų ciklo trukmė 55 s. Reiso trukmė 12 val. Matavimų rezultatai apdoroti taikant GRAVSOF programų paketo procedūras. Naudoti keturi Scintrex CG-5 gravimetrai – G-182, G-183, G-184 ir G-185 (toliau tekste jie dažnai bus vadinami tiesiog G2, G3, G4 ir G5). Gravimetrų kalibravimo koeficientų reikšmės, imant artimų kalibravimų vidutinės koeficiento reikšmės, pateiktos 2.6 lentelėje. Lentelėje taip pat pateikti kalibravimo koeficientų kitimo mėnesiniai greičiai. Kalibravimo koeficientų vidutinė kvadratinė paklaida neviršija 0,000059.

Iš lentelėje pateiktų rezultatų matyti, kad gravimetrų G2 ir G4 kalibravimo koeficientų reikšmės didesnės už vienetą, o G3 ir G5 – mažesnės. Didžiausias nuokrypis nuo vieneto yra gravometro G2 (0,013). Kalibravimo koeficientų kitimo greitis, gravimetrinių matavimų sezono metu turi tendenciją didėti, laikotarpio tarp matavimų – mažėti. Gravimetrų kalibravimo koeficientų kitimo pobūdis parodytas 2.4 paveiksle.



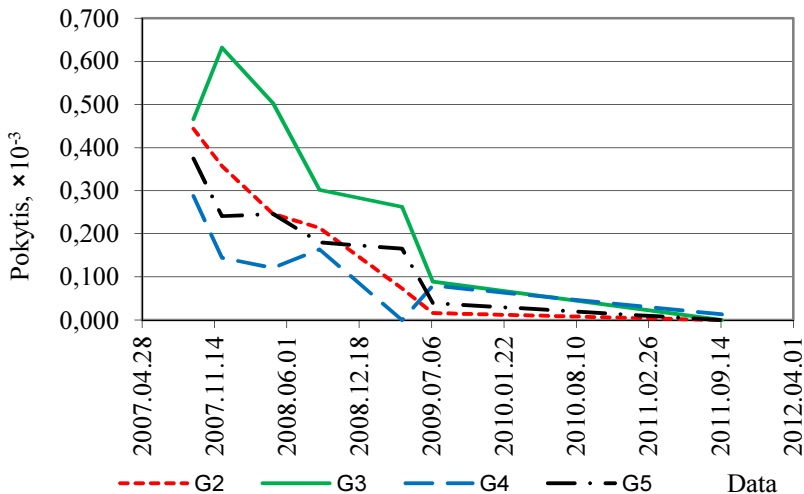
**2.6 lentelė.** Gravimetrų Scintrex CG-5 kalibravimo koeficientų reikšmės**Table 2.6.** The values of the linear coefficients of the Scintrex CG-5 gravimeters

Metai, mėnuo	G2	G3	G4	G5
2007.09	1,013 514	0,999 441	1,000 458	0,999 981
	-0,000 033	0,000 063	-0,000 054	-0,000 051
2007.12	1,013 427	0,999 607	1,000 315	0,999 847
	-0,000 023	-0,000 027	-0,000 005	0,000 001
2008.04	1,013 316	0,999 478	1,000 291	0,999 852
	-0,000 008	-0,000 047	0,000 010	-0,000 015
2008.08	1,013 284	0,999 277	1,000 334	0,999 787
	-0,000 018	-0,000 005	-0,000 022	-0,000 002
2009.04	1,013 144	0,999 238	1,000 171	0,999 771
	-0,000 020	-0,000 061	0,000 028	-0,000 044
2009.07	1,013 086	0,999 064	1,000 251	0,999 646
	-0,000 001	-0,000 003	-0,000 002	-0,000 001
2011.09	1,013 070	0,998 975	1,000 184	0,999 606
Maksimalus pokytis	0,000 444	0,000 632	0,000 287	0,000 375

Iš grafikų matyti, kad kalibravimo koeficientų reikšmės per tiriamąjį laikotarpį turi tendenciją mažėti. Didžiausias kalibravimo koeficiento reikšmių kitimo diapazonas G3 gravimetro – 0,000632. Kalibravimo koeficientų kitimo charakteris panašus (koreliacijos tarp G2 ir G3 koeficientas yra 0,8826, tarp G2 ir G4 – 0,8819, tarp G2 ir G5 – 0,9413).

Kalibravimo koeficientų reikšmės, jų kitimo dydis ir kitimo greičio dėsnin-gumai rodo, kad gravimetrų kalibravimą tikslinga atlikti prieš pat matavimų se-zoną ir ją baigus, o kalibravimo koeficientų reikšmes tikslinga interpoliuoti ma-tavimų laikui.

2.7 lentelėje pateiktos gravimetrų LaCoste & Romberg, naudotų matavi-muose sudarant pirmosios klasės gravimetrinį tinklą, tiesinių kalibravimo koefi-cientų reikšmės ir jų nustatymo paklaidos. Gravimetrų kalibravimas atliktas ba-zėje Vilnius–Panevėžys.



**2.4 pav.** Gravimetrų Scintrex CG-5 kalibravimo koeficientų kitimas  
**Fig. 2.4.** The changes of the linear scale coefficients of the Scintrex CG-5 gravimeters

**2.7 lentelė.** Gravimetrų LaCoste & Romberg kalibravimo koeficientų reikšmės  
**Table 2.7.** The values of the linear coefficients of the LaCoste & Romberg gravimeters

Gravimetras	2000 m.		2001 m.	
G-191	0,999 330	0,00022	0,999 563	0,00003
G-192	1,000 152	0,00022	1,000 220	0,00021
G-193	1,001 703	0,00022	1,002 053	0,00021

Matyti, kad gravimetrų LaCoste & Romberg kalibravimo koeficientų paklaidos, lyginant su gravimetrų Scintrex CG-5 kalibravimo koeficientų paklaidomis, didesnės net tris kartus.

### 2.4.2. Automatinių gravimetrų nulio slinkties tyrimas

Automatinių gravimetrų Scintrex CG-5 lydyto kvarco tamprioji sistema patalpinta į stabilizuotos temperatūros dviejų lygių vakuumo kamerą. Tamprioji sistema apsaugota nuo temperatūros svyravimų ir atmosferos slėgio pakitimų. Nedideli temperatūros pakitimai pagal temperatūros daviklių signalus įvertinami pataisomis. Gravimetrų tamprioji sistema taip pat apsaugota nuo magnetinio

lauko svyravimų. Smūgių ir vibracijos poveikis slopinamas atitinkamu matavimų signalo apdorojimu. Gravimetrai turi seisminį filtrą, kuris gali pašalinti mikroiseisminį triukšmą. Gravimetrai turi elektroninius gulsčiukus ir posvyrių daviklių pagalba įvertina nedidelius posvyrius matavimų metu.

Scintrex CG-5 gravimetrai turi patogią vartotojo aplinką. Informacija ir meniu pateikiami grafiniame displėjuje. Gravimetrai matavimus atlieka pagal matuotojo nustatytą programą, todėl nėra gravimetro atskaitymo paklaidų. Matavimo duomenys panaudojant gravimetrų specialias jungtis perkeliama į kompiuterį.

Keturių gravimetrų (G2, G3, G4, G5) laboratorinės nulinio slinkties tyrimams panaudoti pusės paros naktinių matavimų, atliktų VGTU Geodezijos instituto gravimetrijos laboratorijoje ant absoliutinių matavimų gravimetrinio punkto Vilnius stulpo, duomenys. Matavimai vykdyti 55 s trukmės ciklais. Laboratorinei paros nulinio slinkčiai nustatyti redukuotos gravimetro atskaitos, įvertinus kalibravimo koeficientą ir Mėnulio bei Saulės poveikį, aproksimuotos pirmojo laipsnio daugianariu. Gravimetrų laboratorinės nulinio slinkties, 2007–2012 metų laikotarpyje, pateiktos 2.8 lentelėje. Jų kitimas parodytas 2.5 paveiksle.

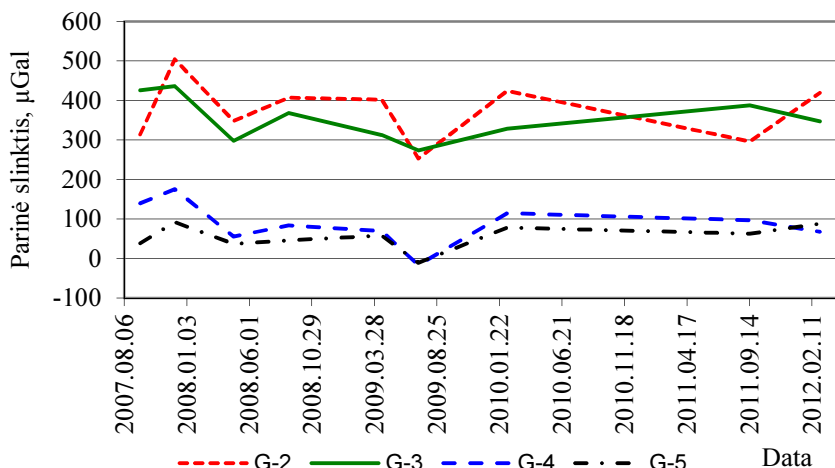
**2.8 lentelė.** Gravimetrų Scintrex CG-5 parinės nulinio slinkties  $\mu\text{Gal}$

**Table 2.8.** The daily zero drift of the Scintrex CG-5 gravimeters,  $\mu\text{Gal}$

Data	G2	G3	G4	G5
2007.09.13	313,7	426,1	139,6	38,5
2007.12.05	504,1	436,5	175,6	92,1
2008.04.24	348,1	298,1	55,9	37,0
2008.09.03	407,0	368,2	83,9	46,2
2009.04.15	402,3	312,4	69,7	58,4
2009.07.11	253,4	273,7	-16,4	-10,8
2010.02.10	423,8	328,3	114,8	78,0
2011.09.15	296,1	387,6	96,8	63,1
2012.03.01	419,2	347,0	67,7	87,8

Iš tyrimų rezultatų matyti, kad didesnę parinę nulinio slinktį turi gravimetrai G2 ir G3. Nulinio slinkties siekia iki 500  $\mu\text{Gal}$  per parą. Mažesnę nulinio slinktį turi gravimetrai G4 ir G5. Jų parinė slinkties neviršija 200  $\mu\text{Gal}$ . Iš grafikų matyti, kad gravimetrų nulinio slinkties kitimas turi panašų charakterį (koreliacijos koeficientas tarp G5 ir G4 yra 0,7101, tarp G5 ir G3 yra 0,5137, tarp G5 ir G2 yra 0,8127). Nulinio slinkties kitimo diapazonas dažniausiai neviršija 200  $\mu\text{Gal}$ . Gravimetrų nulinio slinkties laikotarpiuose tarp matavimų sezonų 2007–2009 m. turėjo

tendenciją mažėti. Tačiau matavimo sezono metu laboratorinė nulinio slinkties gali didėti (2007 ir 2008 m.) ir mažėti (2009 m.).



**2.5 pav.** Gravimetrų parinių nulinio slinkčių kitimas  
**Fig. 2.5.** The changes of the daily zero drift of the gravimeters

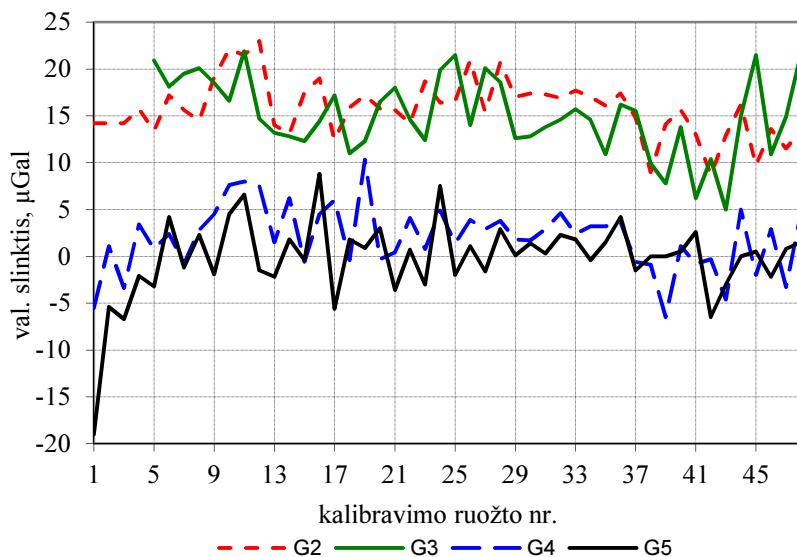
Gravimetrų darbinės nulinio slinkties tyrimams panaudoti 2007–2012 metų matavimų kalibravimo bazėje duomenys. Gravimetrų valandinės nulinio slinkties matavimų metu parodytos 2.6 paveiksle.

Gravimetrų G2 ir G3 valandinės nulinio slinkties siekia 23  $\mu\text{Gal}$ , o gravimetrų G4 ir G5 – neviršija 10  $\mu\text{Gal/h}$  (išskyrus G5 vieną atvejį). Matyti, kad valandinės nulinio slinkties svyravimas matavimų metu 12 val. laikotarpyje, daugeliu atvejų, neviršija 10  $\mu\text{Gal}$ . Gravimetrų Scintrex CG-5 nulinio slinkties tyrimai charakterizuoja jų kvarcinės tampriosios sistemos darbą. Tyrimų rezultatai gali būti panaudoti ruošiant gravimetrinių matavimų metodikas, kurios taip pat priklausys ir nuo nustatomo sunkio pageidaujamo tikslumo.

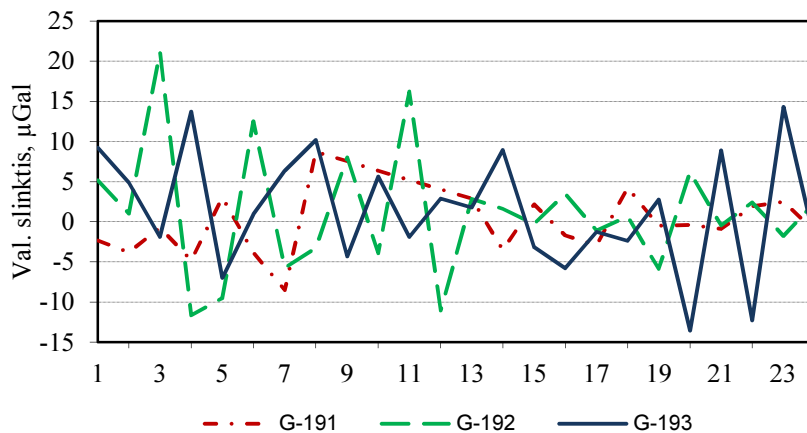
Palyginimui pateikiamos vienu iš geriausių neautomatinių gravimetrų LaCoste & Romberg, turinčių metalines tampriąsias sistemas, matavimų metu gautos valandinės nulinio slinkties (2.7 pav.). Slinkties skaičiuotos remiantis matavimų, atliktų gravimetrinėje bazėje 2000–2001 m. gravimetrais G-191, G-192, G-193, duomenimis.

Iš grafiko (2.7 pav.) matyti, kad gravimetrų LaCoste & Romberg valandinės nulinio slinkties svyravimo diapazonas siekia 25  $\mu\text{Gal/h}$ . Gravimetrų G-191 ir G-192 nulinio slinkties svyravimo diapazonas 2001 m. buvo mažesnis.

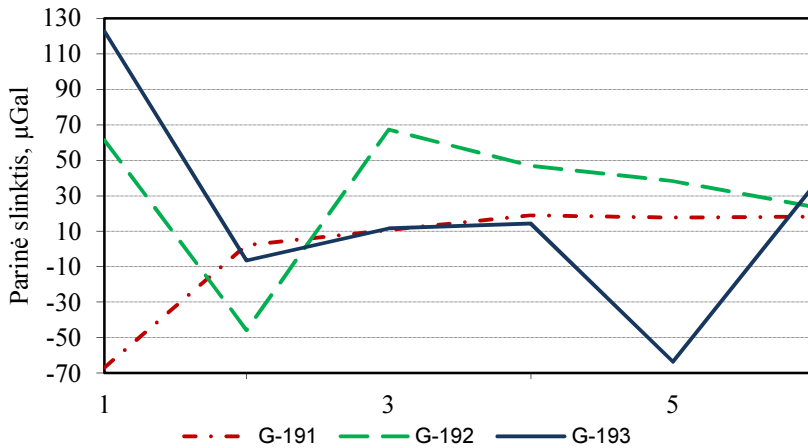
2.8 paveiksle parodytas gravimetrų LaCoste & Romberg parinės nulinės slinkties kitimas.



**2.6 pav.** Gravimetrų valandinės nulinės slinkties  $\mu\text{Gal}$   
**Fig. 2.6.** The hour zero drift of the gravimeters,  $\mu\text{Gal}$



**2.7 pav.** Gravimetrų LaCoste & Romberg valandinės nulinės slinkties  $\mu\text{Gal}$   
**Fig. 2.7.** The hour zero drift of the LaCoste & Romberg gravimeters,  $\mu\text{Gal}$



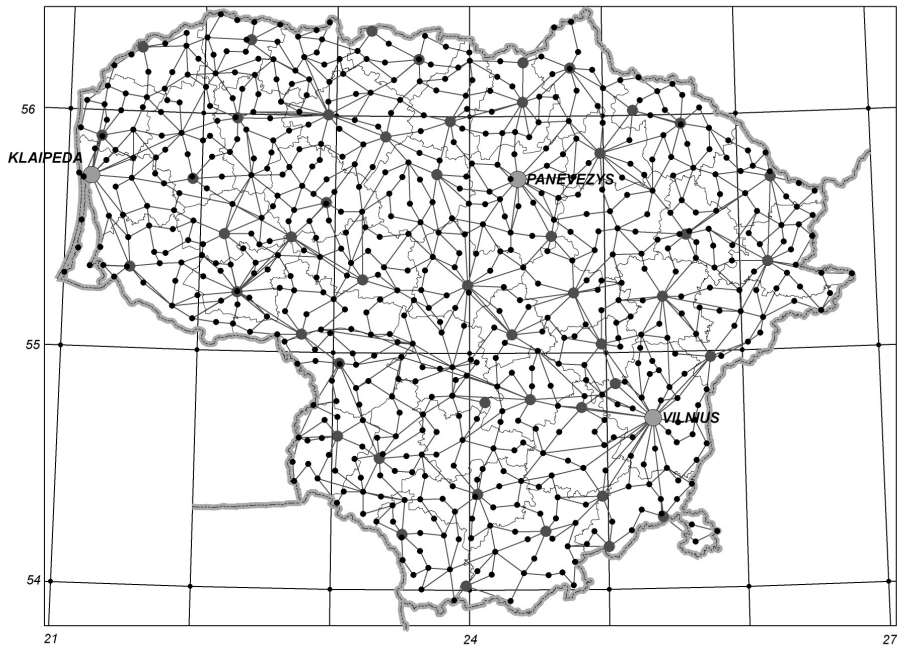
**2.8 pav.** Gravimetrų LaCoste & Romberg parinės nulinės slinkties,  $\mu\text{Gal}$   
**Fig. 2.8.** The daily zero drift of the LaCoste & Romberg gravimeters,  $\mu\text{Gal}$

Matyti, kad nagrinėtame dviejų metų laikotarpyje gravimetrų parinės nulinės slinkties neviršija  $130 \mu\text{Gal}$  per parą. Maksimalus nulinės slinkties svyravimų diapazonas neviršija  $200 \mu\text{Gal}$ , panašiai kaip ir gravimetrų Scintrex CG-5.

### 2.4.3. Matavimų gravimetrais Scintrex CG-5 metodika ir tikslumas

Pateikiama matavimų automatiniais gravimetrais Scintrex CG-5 metodika, kuri buvo parengta dalyvaujant darbo autorei ir naudota sudarant Lietuvos antrosios klasės gravimetrinį tinklą, jungiantį 635 punktus. Gravimetriniai punktai koordinuoti GPS metodu, panaudojant LITPOS nuolat veikiančių stočių tinklą (Paršeliūnas, Būga *et al.* 2008; Paršeliūnas 2008, 2012). Punktų normaliniai aukščiai paskaičiuoti naudojant Lietuvos teritorijos kvazigeoido modelį (Petroškevičius, Paršeliūnas 1995).

Sudarant gravimetrinį tinklą, prieš kiekvieną matavimų sezoną ir po jo, buvo atliekamas gravimetrų kalibravimas. Dienos matavimai dažniausiai buvo vykdomi stengiantis sudaryti išmatuotomis stygomis uždarus poligonus, kurių viršūnių skaičius neviršytų 7, be naujų punktų įjungiant pirmosios bei, esant galimybei, ir nulinės klasės punktus. Tai užtikrina patikimą naujo tinklo ryšį su jau esamu gravimetriniu tinklu ir leido kontroliuoti matavimų duomenų bei gravimetrų darbo kokybę. 282 punktuose matavimai atlikti du ir daugiau kartų. Gravimetrinio tinklo gretimų punktų išmatuotos stygos parodytos 2.9 paveiksle.



**2.9 pav.** Išmatuotos stygos  
**Fig. 2.9.** The ties of measurements

Matavimai punkte buvo atliekami dviem gravimetrais. Punktuose jie buvo statomi ant tvirto dažniausiai betoninio pagrindo, apsaugomi nuo lietaus bei tiesioginio Saulės spindulių poveikio, kuris darė didelę įtaką gravimetrų pastovumui. Punktuose buvo atliekami 10 ciklų po 55 s matavimai. Matuojant įvertintos posvyrių ir temperatūrinės pataisos, naudojamas seisminis filtras, skaičiuojamos potvynių ir atoslūgių pataisos. Antrojo matavimų sezono pradžioje kartais, punkte pradėjus matavimus, buvo pastebėti didesni atskaitų pakitimai, todėl buvo pereita prie dviejų matavimų po 5 ciklus (pavyzdys 2.9 lentelėje).

Pastebėjus atskaitų pakitimą didesnę už  $10 \mu\text{Gal}$  per 10 minučių, matavimai buvo kartojami. Matavimus tekdavo kartoti ir esant dideliems pašaliniais trukdžiams (stiprus vėjas, pravažiuojantis transportas ir kt.).

Perkėlus reiso matavimų duomenis iš gravimetrų į kompiuterį, jie buvo analizuojami, įvertinant gravometro atskaitų paklaidas, posvyrio ir temperatūros pataisas, atmestų matavimų skaičių. Naudojant pagalbines MATLAB kalboje sudarytas programas, buvo atliekama atskaitų kontrolė, nustatomas maksimalus gravometro atskaitų kitimo diapazonas punkte bei pradinės ir galutinės atskaitų skirtumas. Naudojant kalibravimo koeficientų reikšmes, potvynių ir atoslūgių

pataisas, buvo skaičiuojamos gravimetro redukuotosios atskaitos ir braižomi dviejų gravimetų, viename reise, redukuotųjų atskaitų skirtumų grafikai (2.10 pav., mėlyna – atskaitų skirtumas, žalia – skirtumus aproksimuojanti tiesė, raudona – prognozuojamas skirtumų kitimas).

**2.9 lentelė.** Gravimetro G2 atskaitos punkte PANEVĖŽYS (2009.06.18)

**Table 2.9.** Readings of G2 gravimeter at the station PANEVĖŽYS (2009.06.18)

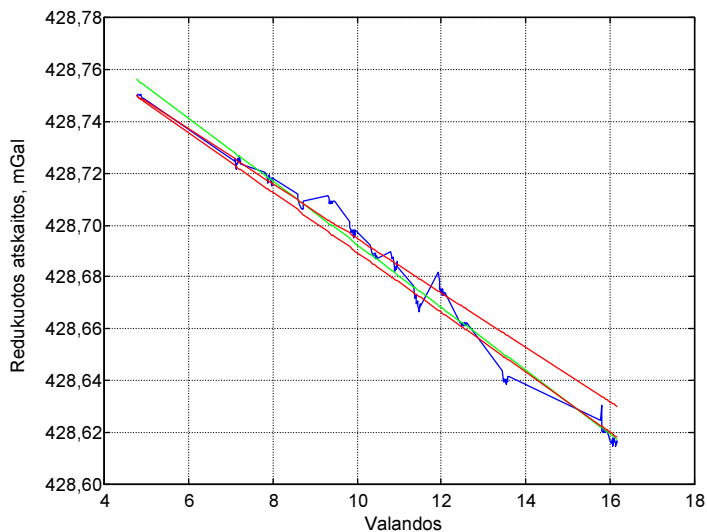
Eilės Nr.	Laikas, h, m, s			Atskaita
1	03	11	41	4721,663
2	03	12	51	4721,656
3	03	13	51	4721,649
4	03	14	51	4721,645
5	03	15	52	4721,642
6	03	17	07	4721,636
7	03	18	17	4721,634
8	03	19	17	4721,631
9	03	20	17	4721,629
10	03	21	18	4721,627
11	03	22	55	4721,624
12	03	24	05	4721,623
13	03	25	05	4721,624
14	03	26	05	4721,623
15	03	27	06	4721,620
16	03	28	39	4721,619
17	03	29	49	4721,619
18	03	30	49	4721,619
19	03	31	49	4721,618
20	03	32	50	4721,619

Šie grafikai teikė papildomą informaciją apie gravimetų darbo kokybę reiso metu. Netiesinis redukuotųjų atskaitų skirtumų kitimas ir ypač staigūs skirtumų pasikeitimai (2.11 pav.) rodė reiso punktus, kuriuose galimi staigūs gravimetų nulinio slinkčių pasikeitimai.

Ši informacija buvo panaudojama atliekant gravimetrinių matavimų rezultatų apdorojimą.

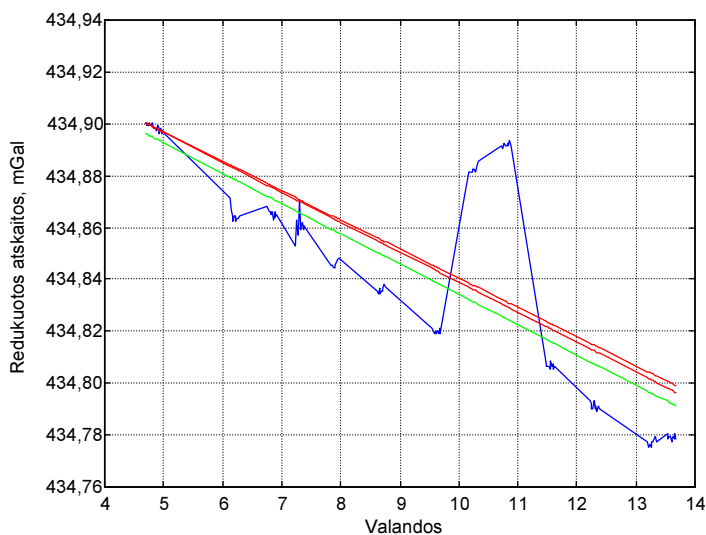
Matavimų rezultatų apdorojimas atliktas GRAVSOFТ programų paketo procedūromis. Naudojantis minėto paketo procedūromis pirmajame etape skaičiuojamos redukuotosios atskaitos, antrajame etape atliekamas išlyginimas.





**2.10 pav.** Redukuotų atskaitų skirtumai (G3-G4, 2007.11.20)

**Fig. 2.10.** Differences of the readings after reduction (G3-G4, 2007.11.20)



**2.11 pav.** Redukuotų atskaitų skirtumai (G3-G4, 2007.10.29)

**Fig. 2.11.** Differences of the readings after reduction (G3-G4, 2007.10.29)

Atliekant pradinį matavimų rezultatų apdorojimą buvo naudojamos kalibravimo koeficientų reikšmės nustatytos prieš matavimų sezoną. Atliekant galutinį matavimų rezultatų apdorojimą naudotos matavimų sezono vidutinės kalibravimo koeficientų reikšmės.

Siekiant nuolatos kontroliuoti matavimų duomenis, jų apdorojimas buvo pradedamas iškart atlikus matavimus. Pirmiausia buvo apdorojami kiekvieno gravimetro reise duomenys, po to abiejų gravimetrų duomenys bendrai.

Analizuojamos išlygintų sunkio pagreičių reikšmių ir matavimų paklaidos, pataisos į atraminių punktų sunkio pagreičio reikšmes. Sunkio pagreičio reikšmės gautos reise buvo lyginamos su ankstesniais reisais nustatytomis sunkio reikšmėmis tuose pačiuose punktuose. Gavus nepatenkinamus rezultatus, reisas buvo dalomas į dvi ar daugiau dalių arba duodami nurodymai tinklo išlyginimo programai apie galimus didelius gravimetrų atskaitų šuolius. Šuolių vietai nustatyti buvo naudojami redukuotųjų atskaitų skirtumų grafikai. Gavus nepatenkinamus rezultatus matavimai buvo kartojami. Gavus patenkinamus rezultatus, reiso duomenys buvo prijungiami prie iki to išmatuotos tinklo dalies duomenų ir bendrai išlyginami. Toks apdorojimo metodas buvo tęsiamas iki buvo apdoroti visi tinklo matavimų duomenys.

Vertinant sunkio pagreičio reikšmių tikslumą pagal dvigubų matavimų skirtumus, gautus iš dviejų reisų, gaunama, kad sunkio pagreičio nustatyto vienu reisu vidutinė kvadratinė paklaida yra  $6,4 \mu\text{Gal}$ , dviem reisais –  $4,5 \mu\text{Gal}$ .

Tinklas išlygintas dviem variantais: pirmajame atraminiais buvo priimami nulinės ir pirmosios klasės punktai, antrajame – tik nulinės klasės punktai.

Gravimetrinio tinklo išlyginimo pirmuoju variantu rezultatai rodo, kad antrosios klasės punktų išlygintų sunkio reikšmių vidutinė kvadratinė paklaida neviršija  $2 \mu\text{Gal}$ , vieno matavimo vidutinė kvadratinė paklaida  $5 \mu\text{Gal}$ .

Antruoju variantu išlygintos sunkio pagreičio reikšmės pasikeitė  $4 \mu\text{Gal}$  palyginus su išlygintomis reikšmėmis, gautomis priimant atraminiais ir pirmosios klasės punktus. Sunkio pagreičio reikšmių paklaida  $3 \mu\text{Gal}$ . Vieno matavimo paklaida  $5 \mu\text{Gal}$ . Matavimų skaičius 33 777. Pataisos absoliutinių matavimų punktams:  $-2 \mu\text{Gal}$  – Vilnius,  $2 \mu\text{Gal}$  – Klaipėda,  $0 \mu\text{Gal}$  – Panevėžys. Pirmosios klasės punktų sunkio pagreičio reikšmių pataisos pateiktos 2.10 lentelėje.

Didesnė dalis pirmosios klasės punktų gavo pataisas neviršijančias  $10 \mu\text{Gal}$ . Keletas pirmosios klasės punktų gavo didesnes pataisas, to priežastimi gali būti atliekami bažnyčių, prie kurių įrengti gravimetriniai punktai, remonto ir rekonstrukcijos darbai, kurie galėjo žymiai pakeisti masių išsidėstymą. Pavyzdžiui, punkte Maišiagala įrengti nauji laiptai, ant kurių statomi gravimetrai, punkte Girkalnis vyksta dideli remonto darbai ir pan.

Gravimetrais Scintrex CG-5 matuoto gravimetrinio tinklo 48 punktai priklauso pirmosios klasės gravimetriniam tinklui, tolygiai dengiančiam Lietuvos teritoriją, kuriame matavimai atlikti gravimetrais LaCoste & Romberg 1998–

2001 m. Pirmosios klasės punktus jungiančios 117 stygų matuotos po tris kartus 3–6 gravimetrais LaCoste & Romberg.

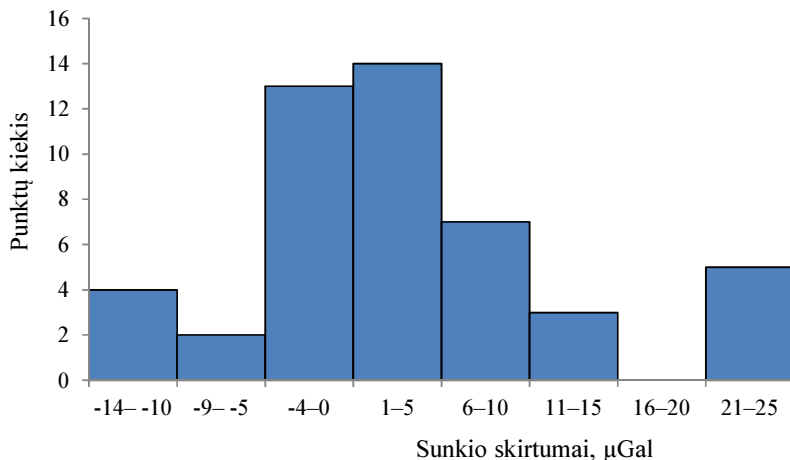
**2.10 lentelė.** Pirmosios klasės gravimetrinių punktų pataisos,  $\mu\text{Gal}$

**Table 2.10.** The corrections of the first order gravimetric points,  $\mu\text{Gal}$

Punkto kodas	Punkto pavadinimas	Pataisa	Punkto kodas	Punkto pavadinimas	Pataisa
24001	Šilutė	15	62008	Varėna	-11
25102	Kretinga	25	62009	Alytus	0
26005	Skuodas	5	63004	Žiežmariai	14
34001	Tauragė	0	63435	Piliuona	5
35001	Šilalė	10	64006	Ukmergė	-4
35002	Rietavas	11	64007	Jonava	7
36003	Telšiai	-10	65006	Šilai	-11
36004	Mažeikiai	3	66002	Saločiai	-2
43005	Šakiai	0	66003	Biržai	-2
43006	Vilkaviškis	5	66004	Pasvalys	8
44005	Jurbarkas	21	72008	Šalčininkai	-6
44006	Girkalnis	22	72009	Eišiškės	0
45003	Stulgiai	21	72010	Pirčiupiai	6
45004	Kelmė	-3	73006	Maišiagala	22
46005	Kuršėnai	0	73007	Vievis	9
51001	Druskininkai	2	74004	Širvintos	5
52009	Lazdijai	-3	74005	Molėtai	9
52010	Marijampolė	2	75005	Kupiškis	3
54006	Kėdainiai	0	76003	Pandėlys	8
55006	Šeduva	5	76004	Rokiškis	2
55007	Šiauliai	5	83003	Pabradė	4
56005	Pakruojis	4	84003	Vidiškės	-1
56006	Joniškis	-14	85005	Utena	1
56007	Žagarė	-7	85006	Zarasai	0

Pagal nesąryšius paskaičiuota stygos matavimo paklaida –  $6 \mu\text{Gal}$ . Išlygintų sunkio pagreičio reikšmių paklaidos neviršija  $4 \mu\text{Gal}$ . Sunkio reikšmių, nustatytų gravimetrais Scintrex CG-5 ir gravimetrais LaCoste & Romberg, skirtumų pasiskirstymas parodytas 2.12 paveiksle. Tai rodo gerą automatiniais gravimetrais Scintrex CG-5 atliktų matavimų rezultatų tikslumą.

Atsižvelgiant į tai, kad išlyginant pirmosios klasės gravimetrinį tinklą, taikant GRAVSOFIT programų paketo procedūras, išlygintų sunkio pagreičio reikšmių vidutinės kvadratinės paklaidos siekė  $4 \mu\text{Gal}$ , o vieno matavimo, atlikto gravimetrais LaCoste & Romberg paklaida –  $14 \mu\text{Gal}$  (Sas-Uhrynowski, Mroczek 2002), galima daryti išvadą, kad patikimesnės Lietuvos gravimetrinio tinklo punktų sunkio pagreičio reikšmės gaunamos, išlyginant gravimetrinį tinklą antruoju variantu.



**2.12 pav.** Sunkio reikšmių skirtumų pasiskirstymas

**Fig. 2.12.** Distribution of the differences of gravity values

Taigi taikant šiame poskyryje aprašytą matavimų kvarciniais automatiniais gravimetrais metodiką, matuojant dviem gravimetrais, galima nustatyti gravimetrinio tinklo punktuose sunkio pagreitį su vidutine kvadratine paklaida neviršijančia  $10 \mu\text{Gal}$ .

## 2.5. Sunkio anomalijų nustatymo metodika

Realus Žemės sunkio laukas nevienalytis. Jo jėgų linijos – erdvinės kreivės, o jų liestinės – vertikalės, tarpusavyje ne lygiagrečios tiesės. Ekvipotencialiniai paviršiai turi sudėtingą formą ir skirtingą įvairiuose taškuose kreivumą. Realaus Žemės sunkio lauko nuokrypį nuo elipsoidinio normalinio lauko išreiškia anomalinis potencialas  $T = W - U$ , kuris susietas su sunkio anomalijomis.

Sunkio anomalijos, kaip skirtumas tarp realaus išmatuoto ir normalinio sunkio, gerai atspindi anomalinio sunkio lauko nevienalytiškumą. Geodezijoje dažniausiai reikalingos sunkio anomalijos laisvajame ore. Tačiau šių anomalijų negalima interpoliuoti, todėl dar naudojamos Bouguer anomalijos, kuriose pašalinta tarpinio sluoksnio trauka ir jas galima interpoliuoti. Sunkio pagreitis anomalijoms skaičiuoti gaunamas atliekant gravimetrinius matavimus arba nustatomas remiantis gravimetriniais žemėlapiais. Geodezijoje dažniausiai sunkio anomalijos skaičiuojamos žemės paviršiui, todėl išmatuotą sunkio pagreičio reikšmę kartais tenka redukuoti į žemės paviršių. Gravimetriniai žemėlapiai gali būti sudaryti, taikant kitas sunkio ir geodezinių koordinačių sistemas nei naudojamos anomalijoms skaičiuoti. Parašyti tokiems skaičiavimams atlikti būtini algoritmai.

### 2.5.1. Sunkio pagreičio redukavimas

Remiantis sunkio pagreičio redukavimo taisyklėmis, galime parašyti:

$$g_z = g + dg, \quad (2.31)$$

čia  $g_z$  – sunkio pagreitis Žemės paviršiuje;  $g$  – sunkio pagreitis punkto markės aukštyje;  $dg$  – pataisa dėl Žemės paviršiaus  $H_z$  ir punkto  $H$  normalinių aukščių skirtumo.

Jeigu  $H_z > H$ , tai

$$dg = -\Delta\gamma(h) + 2\Delta g_\delta(h), \quad (2.32)$$

$$h = H_z - H,$$

$$\Delta\gamma(h) = 0,30877(1 - 0,00142 \sin^2 B)h - 0,75 \cdot 10^{-7} h^2 \quad (2.33)$$

aukščio pataisa GRS 80 normaliajame lauke, mGal ( $h$ , metrais) (Torge 1989);

$$\Delta g_\delta(h) = 2\pi G \delta h \quad (2.34)$$

begalinio tarpinio sluoksnio pataisa;

$G = 6,67259 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$  – gravitacijos konstanta;  $\delta$  – Žemės plutos tankis.

Jeigu  $H_z < H$ , tai

$$dg = \Delta\gamma(h), \quad (2.35)$$

$$h = H - H_z.$$

Išmatavus pagreitį  $g$  virš vandens paviršiaus aukštyje  $h$ , vandens paviršiuje  $g_j$  reikšmė apskaičiuojama pagal formulę:

$$g_j = g + \Delta\gamma(h). \quad (2.36)$$

Kai sunkio pagreitis išmatuotas gylyje  $h$ , jo reikšmė vandens paviršiuje gaunama pagal formulę:

$$g_j = g - \Delta\gamma(h) + 4\pi G 1,03 h, \quad (2.37)$$

jūros vandens tankis  $1,03 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ .

### 2.5.2. Sunkio pagreičio nustatymas pagal gravimetrinį žemėlapij

Nustatant sunkio pagreitį pagal gravimetrinį žemėlapij, reikia atsižvelgti į žemėlapyje naudotą normalųjį sunkio lauką, sunkio, koordinacių ir aukščių sistemas bei Žemės plutos tankį. Nagrinėjamas naujos sistemos LSS07 (Dėl Lietuvos valstybinės aukščių sistemos ir Lietuvos valstybinės sunkio sistemos 2014) sunkio pagreičio nustatymas pagal Lietuvos teritorijos 1:200 000 mastelio gravimetrinį žemėlapij. Bouguer anomalija  $(g_P - \gamma_H)_\delta$ , sudarant Lietuvos teritorijos gravimetrinį žemėlapij, kai Žemės plutos tankis  $\delta$ , skaičiuota pagal formulę (Petroškevičius 2004b):

$$(g_P - \gamma_H)_\delta = g_P - \gamma_{0H} + 0,3086 H_B - 0,0419 \delta H_B, \quad (2.38)$$

čia  $g_P$  – Žemės paviršiaus taške išmatuotas Potsdamo sistemos sunkio pagreitis;  $\gamma_{0H}$  – Helmerto normaliojo sunkio lauko pagreitis ekvipotencialinio elipsoido paviršiuje

$$\gamma_{0H} = 978030 (1 + 0,005302 \sin^2 B_{42} - 0,000007 \sin^2 2B_{42}) \text{ mGal}, \quad (2.39)$$

čia  $B_{42}$  – 1942 m. koordinacių sistemos geodezinė platumą;

$H_B$  – Žemės paviršiaus taško Baltijos sistemos normalinis aukštis metrais

$$H_B = H - \Delta H, \quad (2.40)$$

$H$  – Žemės paviršiaus taško LAS07 sistemos (Dėl Lietuvos valstybinės aukščių sistemos ir Lietuvos valstybinės sunkio sistemos 2014) normalinis aukštis metrais,

$\Delta H$  – perėjimo į Lietuvos naują aukščių sistemą LAS07 pataisa.

Gravimetriniame žemėlapyje pateiktos Bouguer anomalijos, skaičiuotos taikant Žemės plutos tankį  $\delta = 2,3 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ . Yra keletas žemėlapio lapų, kuriuose taikytas tankis  $\delta = 2,67 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ .

Mišriąją sunkio anomaliją laisvajame ore ( $g_P - \gamma_H$ ) ir Potsdamo sistemos pagreitį galima skaičiuoti naudojant formules:

$$(g_P - \gamma_H) = (g_P - \gamma_H)_\delta + 0,0419 \delta H_B, \quad (2.41)$$

$$g_P = (g_P - \gamma_H) + \gamma_{0H} - 0,3086 H_B. \quad (2.42)$$

Lietuvos naujos sunkio sistemos LSS07 sunkio pagreitis  $g_z$  skaičiuojamas pagal formulę

$$g_z = g_P + \Delta_{71}, \quad (2.43)$$

čia  $\Delta_{71}$  – pataisa, pereinant iš Potsdamo sunkio sistemos į LSS07.

### 2.5.3. Sunkio anomalijų laisvame ore nustatymas

Mišrioji anomalija laisvajame ore skaičiuojama pagal formulę

$$(g - \gamma)_z = g_z - \gamma_0 + \Delta\gamma(H_z) + \Delta g_a(H_z), \quad (2.44)$$

čia  $\gamma_0$  – normalinio sunkio lauko GRS 80 pagreitis

$$\gamma_0 = \gamma_{0e} \frac{1 + k \sin^2 B}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}, \quad (2.45)$$

$\gamma_{0e} = \gamma_e$ ,  $e^2$ ,  $k$  – normalinio sunkio lauko GRS 80 parametrai (2.2 lentelė);

$B$  – LKS 94 sistemos geodezinė platuma.

$$\Delta g_a(H_z) = 0,874 - 0,99 \cdot 10^{-4} H_z + 0,356 \cdot 10^{-8} H_z^2 \quad (2.46)$$

– atmosferos traukos pataisa, mGal.

Jūros paviršiaus taškų normaliniai aukščiai lygūs nuliui, todėl anomalija laisvajame ore pagal sunkio pagreitį vandens paviršiuje skaičiuojama pagal formulę:

$$(g - \gamma)_v = g_j - \gamma_0 + 0,874, \quad (2.47)$$

čia 0,874 mGal – atmosferos traukos jūros paviršiuje pataisa.

#### 2.5.4. Bouguer anomalijų nustatymas

Bouguer anomalija gravimetrinio punkto Žemės paviršiuje skaičiuojama pagal formulę:

$$(g - \gamma)_{\delta z} = (g - \gamma)_z - \Delta g_{\delta}(H_z). \quad (2.48)$$

Skaičiuojant Bouguer anomalijas jūros paviršiuje, jūros vandens tankis  $1,03 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$  padidinamas iki vidutinio Žemės plutos tankio:

$$(g - \gamma)_{\delta v} = (g - \gamma)_v + 2\pi G(\delta - 1,03)h, \quad (2.49)$$

čia  $h$  – jūros gylis.

Šios anomalijos ypatingos tuo, kad jose atmetama begalinio tarpinio sluoksnio trauka. Jos rodo trikdančių masių, esančių žemiau aukščių referencinio pagrindo, poveikį. Tokias anomalijas galima interpoliuoti, jos dažniausiai naudojamos vietiniams ir regioniniams anomalijų modeliams sudaryti.

### 2.6. Realaus ir normalinio sunkio laukų ekvipotencialinių paviršių nesutapimo įvertinimas

Realaus ir normalinio sunkio laukų ekvipotencialinių paviršių tarp dviejų punktų nesutapimas  $f_r$  išreiškiamas formule (Petroškevičius 2004b)

$$f_r = \frac{1}{\gamma_v}(g - \gamma)_v h_{ik}, \quad (2.50)$$

čia  $(g - \gamma)_v$  – punktų vidutinė sunkio anomalija laisvame ore,

$$(g - \gamma)_v = \frac{1}{2}[(g - \gamma)_i + (g - \gamma)_k], \quad (2.51)$$

$h_{ik}$  – išmatuotas aukščių skirtumas.

Realaus ir normalinio sunkio laukų ekvipotencialinių paviršių nesutapimas, esant pastoviai anomalijai ir aukščių skirtumui, kinta nežymiai keičiantis platumai. Maksimalus pokytis yra 0,5 % ribose, lyginant paviršių nesutapimą poliuose ir ties pusiauju. Tarkim, jei anomalija yra 30 mGal, o aukščių skirtumas tarp taškų 20 m, tai paviršių nesutapimas sieks 0,613 mm ties pusiauju ir 0,610 mm



ties poliais. Keičiantis platumai Lietuvos teritorijoje, šis paviršių nesutapimas išlieka pastovus.

## 2.7. Trikdymo potencialo poveikio sunkio lauko elementams nustatymo metodika

Žemės sunkio laukas nėra pastovus. Keičiantis sunkio laukui, keičiasi jo nevienalytiškumas, sunkio vektoriaus dydis ir jo kryptis, tai yra vertikalės kryptis, apibrėžianti horizontalinę koordinatinių sistemą, kurioje atliekami matavimai. Todėl keičiasi ir matavimų rezultatai. Yra įvairių priežasčių, dėl kurių keičiasi Žemės sunkio laukas. Tai dangaus kūnų poveikis, Žemės sukimosi ašies padėties Žemės kūne ir Žemės kampinio sukimosi greičio kitimai, Žemės masių persislinkimai, grunto vandens lygio svyravimai, grunto drėgmės pasikeitimai. Žemės sunkio lauką keičia ne tik Žemės drebėjimai ar vulkanų išsiveržimai, bet taip pat ir žmogaus veikla: didelių vandens saugyklų ar tunelių įrengimas, kalnakasybos darbai, nauji statiniai ir kt. Sunkio pakitimų vertinimai reikalingi redukuojant matavimų duomenis į bendrąją, tam tikros epochos, koordinatinių sistemą. Dažniausiai matavimuose įvertinami tik sunkio pakitimai, o sunkio krypties pokyčiai bei sunkio lauko ekvipotencialinių paviršių deformacijos dėmesin nepriimamos. Didėjantis matavimų tikslumas (Boyarsky *et al.* 2010; Petroškevičius, Popovas 2008; Popovas 2011a, 2011b) reikalauja atsižvelgti į visų sunkio lauko elementų kitimą ir tikslesnį jų poveikio įvertinimą. Šie klausimai taip pat aktualūs atliekant geodinaminius ir geofizinius tyrimus bei tiksliąją navigaciją. Tiriamas trikdymo potencialo, kuris iššaukia sunkio lauko kitimą, poveikis sunkio lauko elementams, susietiems su matavimais.

### 2.7.1. Trikdymo potencialo poveikis sunkio laukui

Pasirenkama koordinatinių sistema, kurios pradžia sutampa su Žemės paviršiaus tašku  $P$  (2.13 pav.), ašis  $z$  nukreipta sunkio kryptimi, ašys  $x$  ir  $y$  yra horizonto plokštumoje,  $x$  nukreipta į šiaurę,  $y$  – į rytus. Jeigu poveikis sunkio laukui aprašomas trikdymo potencialu  $T$ , tai trikdymo jėga bus trikdymo potencialo gradientas (Pekarskas 2000)

$$\vec{F} = \text{grad}T = \frac{\partial T}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \vec{k}, \quad (2.52)$$

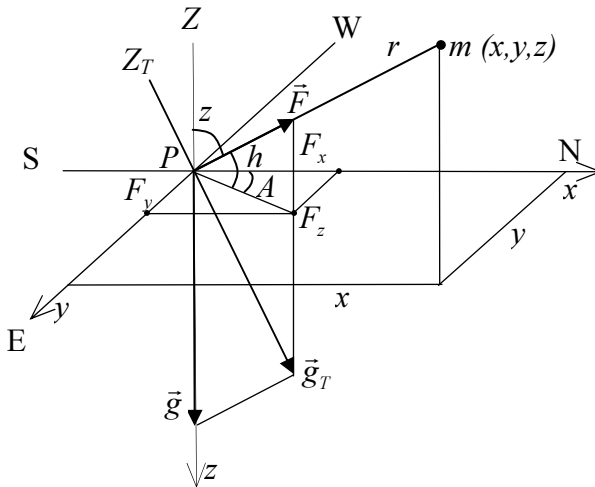
čia  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  ir  $\vec{k}$  – vienetiniai vektoriai. Trikdymo jėgos projekcijos  $\vec{F} = \{F_x; F_y; F_z\}$  į koordinačių sistemos ašis bus lygios trikdymo potencialo išvestinėms koordinačių ašių kryptimis:

$$F_x = \frac{\partial T}{\partial x}, \quad F_y = \frac{\partial T}{\partial y}, \quad F_z = \frac{\partial T}{\partial z}. \quad (2.53)$$

Nagrinėjamas trikdančios traukos jėgos  $\vec{F}$  poveikis į Žemės paviršiaus taške  $P$  esantį vieneto didumo masės kūną, kurį taip pat veikia ir sunkis  $\vec{g}$ . Atitinkamai sunkis bus sunkio potencialo  $W$  gradientas

$$\vec{g} = \text{grad}W = \frac{\partial W}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial W}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial W}{\partial z} \vec{k}. \quad (2.54)$$

Taigi jėga  $\vec{g}$  išreiškia sunkio lauko stiprį, o trikdymo jėga  $\vec{F}$  – trikdančio traukos lauko stiprį. Šiuo atveju jėga skaitine reikšme bus lygi pagreičiui, kuris suteikiamas masės vienetui.



**2.13 pav.** Trikdymo jėgos poveikis  
**Fig. 2.13.** The impact of the disturbing force

Trikdymo jėgos kryptis gali būti apibrėžta zenitiniu nuotoliu  $z = (F, z)$  ir azimutu  $A$ :

$$\tan z = \frac{F_H}{F_z}, \quad (2.55)$$

$$\tan A = \frac{F_y}{F_x}, \quad (2.56)$$

čia  $F_H = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$  – trikdymo jėgos projekcija horizonto plokštumoje. Priimtoje koordinačių sistemoje sunkio projekcijos į  $x$  ir  $y$  koordinačių ašis bus lygios nuliui, todėl  $\vec{g} = \{g_x; g_y; g_z\} = \{0; 0; g\}$ .

### 2.7.2. Poveikio sunkiui įvertinimas

Veikiant trikdymo jėgai, gaunamas sutrikdytasis sunkis  $\vec{g}_T = \{g_{Tx}; g_{Ty}; g_{Tz}\}$ , kurį galima išreikšti sunkio ir trikdančios jėgos vektorių suma  $\vec{g}_T = \vec{g} + \vec{F}$ . Sutrikdytojo sunkio vektoriaus projekcijoms į koordinačių ašis galime parašyti:

$$g_{Tx} = F_x + g_x = F_x; \quad (2.57)$$

$$g_{Ty} = F_y + g_y = F_y; \quad (2.58)$$

$$g_{Tz} = F_z + g_z = g + F_z; \quad (2.59)$$

$$g_T = |\vec{g}_T| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + (g + F_z)^2}. \quad (2.60)$$

Sunkio pokytį dėl trikdymo jėgos poveikio galima išreikšti formule:

$$\delta g = |\vec{g}_T| - |\vec{g}| = \sqrt{g_{Tx}^2 + g_{Ty}^2 + g_{Tz}^2} - g = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + (g + F_z)^2} - g. \quad (2.61)$$

Jeigu  $F_x$  ir  $F_y$  maži dydžiai, tai  $\delta g = F_z = \frac{\partial T}{\partial z}$ . Jeigu  $\vec{F}$  zenitinis nuotolis  $< 90^\circ$  ( $\vec{F}_z \uparrow \downarrow \vec{g}$ ), tai sunkis sumažės, jeigu  $> 90^\circ$  ( $\vec{F}_z \uparrow \uparrow \vec{g}$ ), tai sunkis padidės.

### 2.7.3. Ekvipotencialinio paviršiaus deformacijos įvertinimas

Trikdantis potencialas iššauks sunkio lauko ekvipotencialinio paviršiaus deformaciją, kurią, remiantis potencialo teorija, galima nustatyti pagal formulę

$$\zeta = T / g. \quad (2.62)$$



$$\tan \xi = -\frac{g_{Tx}}{g_{Tz}}, \quad (2.65)$$

$$\tan \eta = -\frac{g_{Ty}}{g_{Tz}}. \quad (2.66)$$

Išrašius trikdymo jėgos dedamąsias, gaunama

$$\tan \xi = -\frac{F_x}{g + F_z}, \quad (2.67)$$

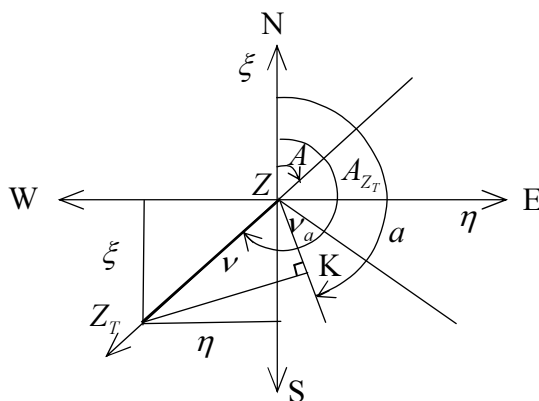
$$\tan \eta = -\frac{F_y}{g + F_z}. \quad (2.68)$$

Ivertinant tai, kad vertikalės nuokrypio dedamosios yra mažos, gaunama

$$\xi = -F_x / g, \quad (2.69)$$

$$\eta = -F_y / g. \quad (2.70)$$

Dėl nedidelio vertikalės nuokrypio, jis gali būti nagrinėjamas plokštumoje (2.15 pav.).



**2.15 pav.** Vertikalės nuokrypio dedamosios  
**Fig. 2.15.** The vertical deflection components

Iš 2.15 paveikslo matyti, kad

$$\nu = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}, \quad (2.71)$$

$$\xi = -\nu \cos A, \quad (2.72)$$

$$\eta = -\nu \sin A. \quad (2.73)$$

Kadangi sutrikdyto astronominio zenito azimutas  $A_{Z_T} = A + 180^\circ$ , tai  $\xi = \nu \cos A_{Z_T}$ ,  $\eta = \nu \sin A_{Z_T}$ .

### 2.7.5. Poveikio aukščių skirtumui įvertinimas

Vertikalės nuokrypis  $\nu_a = ZK$  kryptyje, kurios azimutas  $a$ , gali būti gautas pagal formules:

$$\nu_a = \nu \cos(A_{Z_T} - a), \quad (2.74)$$

$$\nu_a = -\nu \cos(A - a), \quad (2.75)$$

$$\nu_a = \xi \cos a + \eta \sin a. \quad (2.76)$$

Vertikalės nuokrypis keičia geometriniu niveliavimu nustatomą aukščių skirtumą (Popovas 2011b).

Aukščių skirtumo pokytis gali būti paskaičiuotas naudojant formulę

$$\delta h = d\nu_a, \quad (2.77)$$

čia  $d$  – atstumas tarp taškų, tarp kurių nustatomas aukščių skirtumas,  $a$  – taškus jungiančios stygos azimutas. Pataisa aukščių skirtumui turės priešingą ženklą.

Poskyryje 2.7 gautos formules galima panaudoti įvertinant įvairių jėgų sukkelto trikdymo potencialo poveikį sunkio lauko elementams. Kaip pavyzdys nagrinėjamas materialaus taško arba vienalyčio rutulio poveikis.

## 2.8. Materialaus taško arba vienalyčio rutulio poveikio sunkio laukui nustatymas

Materialaus taško sukiamas trikdymo potencialas išreiškiamas formule

$$T = Gm/r, \quad (2.78)$$

čia  $G$  – gravitacijos konstanta,  $m$  – materialiojo taško masė,  $r$  – materialiojo taško atstumas nuo taško  $P$ ,  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ,  $x$ ,  $y$ ,  $z$  – materialiojo taško koordinatės (2.13 pav.). Materialaus taško sukuriama traukos lauko stipris taške  $P$  išreiškiamas formule

$$\vec{F} = G \frac{m}{r^3} \vec{r}, \quad (2.79)$$

jo modulis  $F = G \frac{m}{r^2}$ .

Stiprio projekcijos koordinačių ašyse:

$$F_x = G \frac{mx}{r^3}, \quad F_y = G \frac{my}{r^3}, \quad F_z = G \frac{mz}{r^3}. \quad (2.80)$$

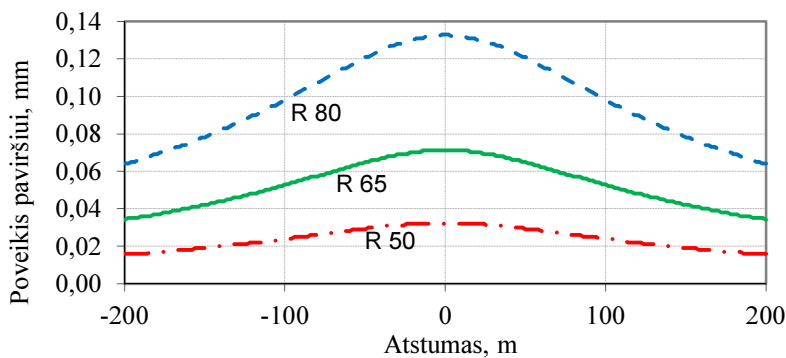
Tokį patį trikdymą, kaip ir materialus taškas, iššaukia vienalytis rutulys jo išorėje. Remdamiesi aukščiau parašytomis formulėmis, galime parašyti poveikio sunkio elementams formules:

$$\zeta = \frac{T}{g} = \frac{Gm}{rg}, \quad (2.81)$$

$$\xi = -\frac{F_x}{g} = -G \frac{mx}{r^3 g}, \quad (2.82)$$

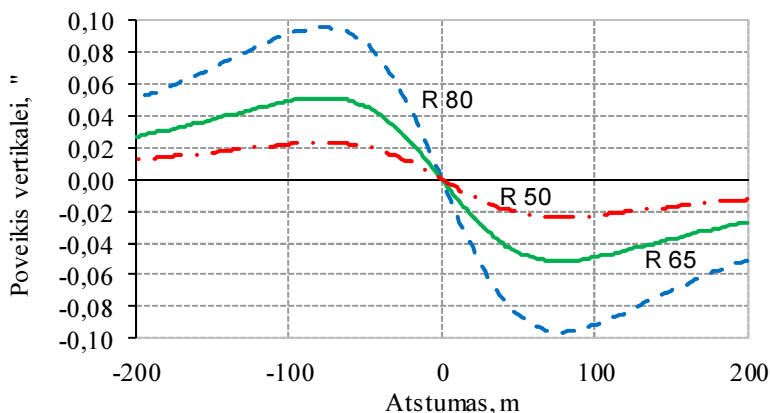
$$\eta = -\frac{F_y}{g} = -G \frac{my}{r^3 g}. \quad (2.83)$$

$$\delta g = F_z = G \frac{mz}{r^3}. \quad (2.84)$$



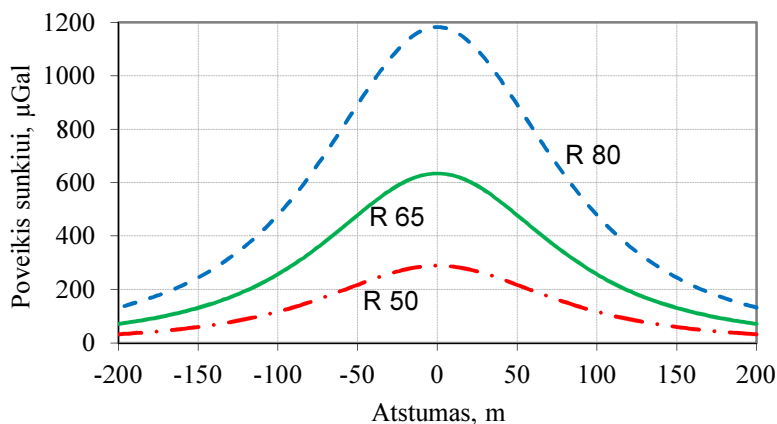
**2.16 pav.** Poveikis ekvipotencialiniam paviršiui  
**Fig. 2.16.** Effect on the equipotential surface

2.16–2.18 paveiksluose parodytas vienalyčio rutulio (spindulys 50, 65 ir 80 m, skirtuminis tankis  $1000 \text{ kgm}^{-3}$ ,  $G = 6,67259 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ ,  $g = 9,815 \text{ ms}^{-2}$ ), esančio 110 m gylyje, poveikis ekvipotencialiam paviršiui, vertikalės nuokrypiui ir sunkiui.



2.17 pav. Poveikis vertikalės nuokrypiui

Fig. 2.17. Effect on the vertical deflection



2.18 pav. Sunkio pokytis

Fig. 2.18. The change of gravity



2.16–2.18 paveiksluose matyti vienalyčio rutulio iššaukiamo trikdymo charakteris sunkio lauko elementuose. Poveikis sunkio lauko elementams siekia iki 0,14 mm ekvipotencialiniam paviršiui, 0,1" vertikalės nuokrypiui ir 1200  $\mu\text{Gal}$  sunkio pokyčiui. Stipresnį poveikį sukelia didesnio spindulio, tai yra didesnės masės, kūnas (šiuo atveju rutulys).

## 2.9. Vienalyčio kūno trikdančio poveikio nustatymo metodika

Sunkio lauko nevienalytiškumo pakitimus, bei poveikį sunkio lauko elementams, o tuo pačiu ir geodeziniam matavimams, gali iššaukti įvairūs nauji statiniai (pastatai, užtvankos, tuneliai, šachtos, karjerai ir kt.) bei žemės masės pakitimai, todėl svarbu išnagrinėti trikdančio kūno poveikį.

### 2.9.1. Trikdymo potencialas

Vienalyčio kūno sukeliamas trikdymo potencialas išreiškiamas formule

$$T = G\delta \iiint_v \frac{1}{r} dx dy dz. \quad (2.85)$$

Trikdymo jėgos projekcijas galima nustatyti pagal formules:

$$F_x = G\delta \iiint_v \frac{x}{r^3} dx dy dz, \quad (2.86)$$

$$F_y = G\delta \iiint_v \frac{y}{r^3} dx dy dz, \quad (2.87)$$

$$F_z = G\delta \iiint_v \frac{z}{r^3} dx dy dz, \quad (2.88)$$

čia  $\delta$  – tankis.

Nagrinėjamas vienalyčio kūno, kurio forma – stačiakampis gretasienis, turintis koordinačių plokštumoms lygiagrečias briaunas ( $x_1 \leq x \leq x_2$ ,  $y_1 \leq y \leq y_2$ ,  $z_1 \leq z \leq z_2$ ), trikdantis poveikis sunkio laukui taške  $P$  (koordinačių sistemos pradžioje). Panašus uždavinys nagrinėjamas sprendžiant tiesioginį geofizinį uždavinį (Debeglia, Dupont 2002; Огородова 2010), tačiau jį išsprendus surandamas tik poveikis sunkio dydžiui (moduliui). Čia nagrinėjamas tokio kūno poveikis ne tik sunkio dydžiui, bet taip pat ir kitiems sunkio lauko elementams,

svarbiems įvertinant sunkio lauko nevienalytiškumą geodeziniuose matavimuose. Pirmiausia surandamos tokio kūno trikdančios jėgos projekcijos koordinačių ašyse.

### 2.9.2. Trikdymo jėgos projekcijos $x$ ašyje radimas

Surandama trikdymo jėgos projekcija  $x$  ašyje. Tam tikslui trilypis integralas (2.86) išreiškiamas kartotiniu integralu

$$F_x = G\delta \int_{y_1}^{y_2} dy \int_{z_1}^{z_2} dz \int_{x_1}^{x_2} \frac{x dx}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}. \quad (2.89)$$

Apskaičiuojamas vidinis integralas  $x$  atžvilgiu (Pekarskas 2000)

$$F_x = G\delta \int_{y_1}^{y_2} dy \int_{z_1}^{z_2} \frac{-1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \Big|_{x_1}^{x_2} dz \quad (2.90)$$

$$F_x = G\delta \int_{y_1}^{y_2} dy \int_{z_1}^{z_2} \left( \frac{1}{\sqrt{x_1^2 + y^2 + z^2}} - \frac{1}{\sqrt{x_2^2 + y^2 + z^2}} \right) dz. \quad (2.91)$$

Toliau integruojama  $z$  atžvilgiu

$$F_x = G\delta \int_{y_1}^{y_2} \left( \ln \left( z + \sqrt{x_1^2 + y^2 + z^2} \right) - \ln \left( z + \sqrt{x_2^2 + y^2 + z^2} \right) \right) \Big|_{z_1}^{z_2} dy, \quad (2.92)$$

$$F_x = G\delta \int_{y_1}^{y_2} \left[ \ln \left( z_2 + \sqrt{x_1^2 + y^2 + z_2^2} \right) - \ln \left( z_2 + \sqrt{x_2^2 + y^2 + z_2^2} \right) - \right. \\ \left. - \ln \left( z_1 + \sqrt{x_1^2 + y^2 + z_1^2} \right) + \ln \left( z_1 + \sqrt{x_2^2 + y^2 + z_1^2} \right) \right] dy. \quad (2.93)$$

Integruojant  $y$  atžvilgiu, gaunama

$$F_x = G\delta \left[ y \ln(z_2 + \sqrt{x_1^2 + y^2 + z_2^2}) + z_2 \ln(y + \sqrt{x_1^2 + y^2 + z_2^2}) - \right. \\ \left. - x_1 \arctan\left(\frac{yz_2}{x_1 \sqrt{x_1^2 + y^2 + z_2^2}}\right) + x_1 \arctan\left(\frac{y}{x_1}\right) - y - \right. \\ \left. - y \ln(z_2 + \sqrt{x_2^2 + y^2 + z_2^2}) - z_2 \ln(y + \sqrt{x_2^2 + y^2 + z_2^2}) + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + x_2 \arctan\left(\frac{yz_2}{x_2 \sqrt{x_2^2 + y^2 + z_2^2}}\right) - x_2 \arctan\left(\frac{y}{x_2}\right) + y - \\
& - y \ln(z_1 + \sqrt{x_1^2 + y^2 + z_1^2}) - z_1 \ln(y + \sqrt{x_1^2 + y^2 + z_1^2}) + \\
& + x_1 \arctan\left(\frac{yz_1}{x_1 \sqrt{x_1^2 + y^2 + z_1^2}}\right) - x_1 \arctan\left(\frac{y}{x_1}\right) + y + \\
& + y \ln(z_1 + \sqrt{x_2^2 + y^2 + z_1^2}) + z_1 \ln(y + \sqrt{x_2^2 + y^2 + z_1^2}) - \\
& - x_2 \arctan\left(\frac{yz_1}{x_2 \sqrt{x_2^2 + y^2 + z_1^2}}\right) + x_2 \arctan\left(\frac{y}{x_2}\right) - y \Bigg]_{y_1}^{y_2}. \quad (2.94)
\end{aligned}$$

Panaikinami vienodi nariai su priešingais ženklais:

$$\begin{aligned}
F_x = G\delta \Bigg[ & y \ln(z_2 + \sqrt{x_1^2 + y^2 + z_2^2}) + z_2 \ln(y + \sqrt{x_1^2 + y^2 + z_2^2}) - \\
& - x_1 \arctan\left(\frac{yz_2}{x_1 \sqrt{x_1^2 + y^2 + z_2^2}}\right) - y \ln(z_2 + \sqrt{x_2^2 + y^2 + z_2^2}) - \\
& - z_2 \ln(y + \sqrt{x_2^2 + y^2 + z_2^2}) + x_2 \arctan\left(\frac{yz_2}{x_2 \sqrt{x_2^2 + y^2 + z_2^2}}\right) - \\
& - y \ln(z_1 + \sqrt{x_1^2 + y^2 + z_1^2}) - z_1 \ln(y + \sqrt{x_1^2 + y^2 + z_1^2}) + \\
& + x_1 \arctan\left(\frac{yz_1}{x_1 \sqrt{x_1^2 + y^2 + z_1^2}}\right) + y \ln(z_1 + \sqrt{x_2^2 + y^2 + z_1^2}) + \\
& + z_1 \ln(y + \sqrt{x_2^2 + y^2 + z_1^2}) - x_2 \arctan\left(\frac{yz_1}{x_2 \sqrt{x_2^2 + y^2 + z_1^2}}\right) \Bigg]_{y_1}^{y_2}. \quad (2.95)
\end{aligned}$$

Gaunama trikdymo jėgos projekcija  $x$  ašyje:

$$F_x = G\delta \Bigg[ y_2 \ln(z_2 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_2^2}) + z_2 \ln(y_2 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_2^2}) -$$

$$\begin{aligned}
& x_1 \arctan\left(\frac{y_2 z_2}{x_1 \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_2^2}}\right) - y_2 \ln(z_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}) - \\
& - z_2 \ln(y_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}) + x_2 \arctan\left(\frac{y_2 z_2}{x_2 \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}\right) - \\
& - y_2 \ln(z_1 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_1^2}) - z_1 \ln(y_2 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_1^2}) + \\
& + x_1 \arctan\left(\frac{y_2 z_1}{x_1 \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_1^2}}\right) + y_2 \ln(z_1 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_1^2}) + \\
& + z_1 \ln(y_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_1^2}) - x_2 \arctan\left(\frac{y_2 z_1}{x_2 \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_1^2}}\right) - \\
& - y_1 \ln(z_2 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_2^2}) - z_2 \ln(y_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_2^2}) + \\
& + x_1 \arctan\left(\frac{y_1 z_2}{x_1 \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_2^2}}\right) + y_1 \ln(z_2 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_2^2}) + \\
& + z_2 \ln(y_1 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_2^2}) - x_2 \arctan\left(\frac{y_1 z_2}{x_2 \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_2^2}}\right) + \\
& + y_1 \ln(z_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}) + z_1 \ln(y_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}) - \\
& - x_1 \arctan\left(\frac{y_1 z_1}{x_1 \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}}\right) - y_1 \ln(z_1 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_1^2}) - \\
& - z_1 \ln(y_1 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_1^2}) + x_2 \arctan\left(\frac{y_1 z_1}{x_2 \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_1^2}}\right) \Bigg], \quad (2.96)
\end{aligned}$$

tuomet galima užrašyti trikdymo jėgos projekcijos  $x$  ašyje trumpąją formulės formą:

$$F_x = -G\delta \left[ y \ln \left( z + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \right) + z \ln \left( y + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \right) - \right. \\ \left. - x \arctan \left( \frac{yz}{x\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) \right]_{x_1}^{x_2} \bigg|_{z_1}^{z_2} \bigg|_{y_1}^{y_2}. \quad (2.97)$$

### 2.9.3. Trikdymo jėgos projekcijos y ašyje radimas

Surandama trikdymo jėgos projekcija  $y$  ašyje. Kaip ir ieškant trikdymo jėgos projekcijos ašyje  $x$ , trilypis integralas (2.87) išreiškiamas kartotiniu integralu

$$F_y = G\delta \int_{x_1}^{x_2} dx \int_{z_1}^{z_2} dz \int_{y_1}^{y_2} \frac{y dy}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}. \quad (2.98)$$

Apskaičiuojamas vidinis integralas  $y$  atžvilgiu

$$F_y = G\delta \int_{x_1}^{x_2} dx \int_{z_1}^{z_2} \frac{-1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \bigg|_{y_1}^{y_2} dz, \quad (2.99)$$

$$F_y = G\delta \int_{x_1}^{x_2} dx \int_{z_1}^{z_2} \left( \frac{1}{\sqrt{x^2 + y_1^2 + z^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + y_2^2 + z^2}} \right) dz. \quad (2.100)$$

Toliau integruojama  $z$  atžvilgiu

$$F_y = G\delta \int_{x_1}^{x_2} \left( \ln \left( z + \sqrt{x^2 + y_1^2 + z^2} \right) - \ln \left( z + \sqrt{x^2 + y_2^2 + z^2} \right) \right) \bigg|_{z_1}^{z_2} dx, \quad (2.101)$$

$$F_y = G\delta \int_{x_1}^{x_2} \left[ \ln \left( z_2 + \sqrt{x^2 + y_1^2 + z_2^2} \right) - \ln \left( z_2 + \sqrt{x^2 + y_2^2 + z_2^2} \right) - \right. \\ \left. - \ln \left( z_1 + \sqrt{x^2 + y_1^2 + z_1^2} \right) + \ln \left( z_1 + \sqrt{x^2 + y_2^2 + z_1^2} \right) \right] dx \quad (2.102)$$

Integruojama  $x$  atžvilgiu

$$F_y = G\delta \left[ x \ln(z_2 + \sqrt{x^2 + y_1^2 + z_2^2}) + z_2 \ln(x + \sqrt{x^2 + y_1^2 + z_2^2}) - \right.$$

$$\begin{aligned}
& -y_1 \arctan\left(\frac{xz_2}{y_1\sqrt{x^2+y_1^2+z_2^2}}\right) + y_1 \arctan\left(\frac{x}{y_1}\right) - x - \\
& -x \ln(z_2 + \sqrt{x^2+y_2^2+z_2^2}) - z_2 \ln(x + \sqrt{x^2+y_2^2+z_2^2}) + \\
& + y_2 \arctan\left(\frac{xz_2}{y_2\sqrt{x^2+y_2^2+z_2^2}}\right) - y_2 \arctan\left(\frac{x}{y_2}\right) + x - \\
& -x \ln(z_1 + \sqrt{x^2+y_1^2+z_1^2}) - z_1 \ln(x + \sqrt{x^2+y_1^2+z_1^2}) + \\
& + y_1 \arctan\left(\frac{xz_1}{y_1\sqrt{x^2+y_1^2+z_1^2}}\right) - y_1 \arctan\left(\frac{x}{y_1}\right) + x + \\
& + x \ln(z_1 + \sqrt{x^2+y_2^2+z_1^2}) + z_1 \ln(x + \sqrt{x^2+y_2^2+z_1^2}) - \\
& - y_2 \arctan\left(\frac{xz_1}{y_2\sqrt{x^2+y_2^2+z_1^2}}\right) + y_2 \arctan\left(\frac{x}{y_2}\right) - x \Bigg]_{x_1}^{x_2}. \quad (2.103)
\end{aligned}$$

Panaikinami vienodi nariai su priešingais ženklais ir gaunama:

$$\begin{aligned}
F_y = G\delta \Bigg[ & x \ln(z_2 + \sqrt{x^2+y_1^2+z_2^2}) + z_2 \ln(x + \sqrt{x^2+y_1^2+z_2^2}) - \\
& - y_1 \arctan\left(\frac{xz_2}{y_1\sqrt{x^2+y_1^2+z_2^2}}\right) - x \ln(z_2 + \sqrt{x^2+y_2^2+z_2^2}) - \\
& - z_2 \ln(x + \sqrt{x^2+y_2^2+z_2^2}) + y_2 \arctan\left(\frac{xz_2}{y_2\sqrt{x^2+y_2^2+z_2^2}}\right) - \\
& - x \ln(z_1 + \sqrt{x^2+y_1^2+z_1^2}) - z_1 \ln(x + \sqrt{x^2+y_1^2+z_1^2}) + \\
& + y_1 \arctan\left(\frac{xz_1}{y_1\sqrt{x^2+y_1^2+z_1^2}}\right) + x \ln(z_1 + \sqrt{x^2+y_2^2+z_1^2}) + \\
& + z_1 \ln(x + \sqrt{x^2+y_2^2+z_1^2}) - y_2 \arctan\left(\frac{xz_1}{y_2\sqrt{x^2+y_2^2+z_1^2}}\right) \Bigg]_{x_1}^{x_2}. \quad (2.104)
\end{aligned}$$

Gaunama trikdymo jėgos projekcija y ašyje:

$$\begin{aligned}
 F_y = G\delta & \left[ x_2 \ln(z_2 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_2^2}) + z_2 \ln(x_2 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_2^2}) - \right. \\
 & - y_1 \arctan\left(\frac{x_2 z_2}{y_1 \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_2^2}}\right) - x_2 \ln(z_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}) - \\
 & - z_2 \ln(x_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}) + y_2 \arctan\left(\frac{x_2 z_2}{y_2 \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}\right) - \\
 & - x_2 \ln(z_1 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_1^2}) - z_1 \ln(x_2 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_1^2}) + \\
 & + y_1 \arctan\left(\frac{x_2 z_1}{y_1 \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_1^2}}\right) + x_2 \ln(z_1 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_1^2}) + \\
 & + z_1 \ln(x_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_1^2}) - y_2 \arctan\left(\frac{x_2 z_1}{y_2 \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_1^2}}\right) - \\
 & - x_1 \ln(z_2 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_2^2}) - z_2 \ln(x_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_2^2}) + \\
 & + y_1 \arctan\left(\frac{x_1 z_2}{y_1 \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_2^2}}\right) + x_1 \ln(z_2 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_2^2}) + \\
 & z_2 \ln(x_1 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_2^2}) - y_2 \arctan\left(\frac{x_1 z_2}{y_2 \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_2^2}}\right) + \\
 & + x_1 \ln(z_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}) + z_1 \ln(x_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}) - \\
 & - y_1 \arctan\left(\frac{x_1 z_1}{y_1 \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}}\right) - x_1 \ln(z_1 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_1^2}) - \\
 & \left. - z_1 \ln(x_1 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_1^2}) + y_2 \arctan\left(\frac{x_1 z_1}{y_2 \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_1^2}}\right) \right]. \quad (2.105)
 \end{aligned}$$

Užrašoma trikdymo jėgos projekcijos  $y$  ašyje trumpoji forma:

$$F_y = -G\delta \left[ x \ln \left( z + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \right) + z \ln \left( x + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \right) - \right. \\ \left. - y \arctan \left( \frac{xz}{y\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) \right] \bigg|_{y_1}^{y_2} \bigg|_{z_1}^{z_2} \bigg|_{x_1}^{x_2}. \quad (2.106)$$

#### 2.9.4. Trikdymo jėgos projekcijos $z$ ašyje radimas

Surandama trikdymo jėgos projekcija  $z$  ašyje. Tam tikslui, kaip ir skaičiuojant kitas projekcijas, trilypis integralas (2.88) išreiškiamas kartotiniu integralu

$$F_z = G\delta \int_{x_1}^{x_2} dx \int_{y_1}^{y_2} dy \int_{z_1}^{z_2} \frac{z dz}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}. \quad (2.107)$$

Pirmiausia surandamas vidinis integralas  $z$  atžvilgiu

$$F_z = G\delta \int_{x_1}^{x_2} dx \int_{y_1}^{y_2} \frac{-1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \bigg|_{z_1}^{z_2} dy, \quad (2.108)$$

$$F_z = G\delta \int_{x_1}^{x_2} dx \int_{y_1}^{y_2} \left( \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z_2^2}} \right) dy. \quad (2.109)$$

Tada integruojama  $y$  atžvilgiu

$$F_z = G\delta \int_{x_1}^{x_2} \left( \ln \left( y + \sqrt{x^2 + y^2 + z_1^2} \right) - \ln \left( y + \sqrt{x^2 + y^2 + z_2^2} \right) \right) \bigg|_{y_1}^{y_2} dx, \quad (2.110)$$

$$F_z = G\delta \int_{x_1}^{x_2} \left[ \ln \left( y_2 + \sqrt{x^2 + y_2^2 + z_1^2} \right) - \ln \left( y_2 + \sqrt{x^2 + y_2^2 + z_2^2} \right) - \right. \\ \left. - \ln \left( y_1 + \sqrt{x^2 + y_1^2 + z_1^2} \right) + \ln \left( y_1 + \sqrt{x^2 + y_1^2 + z_2^2} \right) \right] dx. \quad (2.111)$$

Integruojant  $x$  atžvilgiu gaunama



$$\begin{aligned}
F_z = G\delta & \left[ x \ln(y_2 + \sqrt{x^2 + y_2^2 + z_1^2}) + y_2 \ln(x + \sqrt{x^2 + y_2^2 + z_1^2}) - \right. \\
& - z_1 \arctan\left(\frac{xy_2}{z_1 \sqrt{x^2 + y_2^2 + z_1^2}}\right) + z_1 \arctan\left(\frac{x}{z_1}\right) - x - \\
& - x \ln(y_2 + \sqrt{x^2 + y_2^2 + z_2^2}) - y_2 \ln(x + \sqrt{x^2 + y_2^2 + z_2^2}) + \\
& + z_2 \arctan\left(\frac{xy_2}{z_2 \sqrt{x^2 + y_2^2 + z_2^2}}\right) - z_2 \arctan\left(\frac{x}{z_2}\right) + x - \\
& - x \ln(y_1 + \sqrt{x^2 + y_1^2 + z_1^2}) - y_1 \ln(x + \sqrt{x^2 + y_1^2 + z_1^2}) + \\
& + z_1 \arctan\left(\frac{xy_1}{z_1 \sqrt{x^2 + y_1^2 + z_1^2}}\right) - z_1 \arctan\left(\frac{x}{z_1}\right) + x + \\
& + x \ln(y_1 + \sqrt{x^2 + y_1^2 + z_2^2}) + y_1 \ln(x + \sqrt{x^2 + y_1^2 + z_2^2}) - \\
& \left. - z_2 \arctan\left(\frac{xy_1}{z_2 \sqrt{x^2 + y_1^2 + z_2^2}}\right) + z_2 \arctan\left(\frac{x}{z_2}\right) - x \right]_{x_1}^{x_2}. \quad (2.112)
\end{aligned}$$

Panaikinami vienodi nariai su priešingais ženklais:

$$\begin{aligned}
F_z = G\delta & \left[ x \ln(y_2 + \sqrt{x^2 + y_2^2 + z_1^2}) + y_2 \ln(x + \sqrt{x^2 + y_2^2 + z_1^2}) - \right. \\
& - z_1 \arctan\left(\frac{xy_2}{z_1 \sqrt{x^2 + y_2^2 + z_1^2}}\right) - x \ln(y_2 + \sqrt{x^2 + y_2^2 + z_2^2}) - \\
& - y_2 \ln(x + \sqrt{x^2 + y_2^2 + z_2^2}) + z_2 \arctan\left(\frac{xy_2}{z_2 \sqrt{x^2 + y_2^2 + z_2^2}}\right) - \\
& - x \ln(y_1 + \sqrt{x^2 + y_1^2 + z_1^2}) - y_1 \ln(x + \sqrt{x^2 + y_1^2 + z_1^2}) + \\
& \left. + z_1 \arctan\left(\frac{xy_1}{z_1 \sqrt{x^2 + y_1^2 + z_1^2}}\right) + x \ln(y_1 + \sqrt{x^2 + y_1^2 + z_2^2}) + \right.
\end{aligned}$$

$$+ y_1 \ln(x + \sqrt{x^2 + y_1^2 + z_2^2}) - z_2 \arctan\left(\frac{xy_1}{z_2 \sqrt{x^2 + y_1^2 + z_2^2}}\right) \Bigg]_{-x_1}^{x_2}. \quad (2.113)$$

Gaunama trikdymo jėgos projekcija z ašyje:

$$\begin{aligned} F_z = G\delta & \left[ x_2 \ln(y_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_1^2}) + y_2 \ln(x_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_1^2}) - \right. \\ & - z_1 \arctan\left(\frac{x_2 y_2}{z_1 \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_1^2}}\right) - x_2 \ln(y_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}) - \\ & - y_2 \ln(x_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}) + z_2 \arctan\left(\frac{x_2 y_2}{z_2 \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}\right) - \\ & - x_2 \ln(y_1 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_1^2}) - y_1 \ln(x_2 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_1^2}) + \\ & + z_1 \arctan\left(\frac{x_2 y_1}{z_1 \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_1^2}}\right) + x_2 \ln(y_1 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_2^2}) + \\ & + y_1 \ln(x_2 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_2^2}) - z_2 \arctan\left(\frac{x_2 y_1}{z_2 \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_2^2}}\right) - \\ & - x_1 \ln(y_2 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_1^2}) - y_2 \ln(x_1 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_1^2}) + \\ & + z_1 \arctan\left(\frac{x_1 y_2}{z_1 \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_1^2}}\right) + x_1 \ln(y_2 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_2^2}) + \\ & + y_2 \ln(x_1 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_2^2}) - z_2 \arctan\left(\frac{x_1 y_2}{z_2 \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_2^2}}\right) + \\ & + x_1 \ln(y_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}) + y_1 \ln(x_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}) - \\ & - z_1 \arctan\left(\frac{x_1 y_1}{z_1 \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}}\right) - x_1 \ln(y_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_2^2}) - \\ & \left. - y_1 \ln(x_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_2^2}) + z_2 \arctan\left(\frac{x_1 y_1}{z_2 \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_2^2}}\right) \right], \quad (2.114) \end{aligned}$$

ir galima parašyti

$$F_z = -G\delta \left[ x \ln \left( y + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \right) + y \ln \left( x + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \right) - \right. \\ \left. - z \arctan \left( \frac{xy}{z\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) \right] \Bigg|_{z_1}^{z_2} \Bigg|_{y_1}^{y_2} \Bigg|_{x_1}^{x_2}. \quad (2.115)$$

Gauta trikdymo jėgos projekcija  $z$  ašyje sutampa su formule sunkio pokyčiui, kurią gauna kiti autoriai sprendami tiesioginį geofizinį uždavinį.

### 2.9.5. Kūno trikdančio poveikio sunkiui įvertinimas

Turint trikdymo potencialo projekcijos į  $z$  ašį formulę (2.114) ir 2.7.2 poskyryje pateiktą formulę trikdančio kūno poveikio sunkiui (2.61), galima parašyti sekančias formules.

Trikdymo jėgos poveikis sunkio pokyčiui:

$$dg = -G\delta \left[ x_2 \ln(y_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_1^2}) + y_2 \ln(x_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_1^2}) - \right. \\ \left. - z_1 \arctan\left(\frac{x_2 y_2}{z_1 \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_1^2}}\right) - x_2 \ln(y_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}) - \right. \\ \left. - y_2 \ln(x_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}) + z_2 \arctan\left(\frac{x_2 y_2}{z_2 \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}\right) - \right. \\ \left. - x_2 \ln(y_1 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_1^2}) - y_1 \ln(x_2 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_1^2}) + \right. \\ \left. + z_1 \arctan\left(\frac{x_2 y_1}{z_1 \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_1^2}}\right) + x_2 \ln(y_1 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_2^2}) + \right. \\ \left. + y_1 \ln(x_2 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_2^2}) - z_2 \arctan\left(\frac{x_2 y_1}{z_2 \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_2^2}}\right) - \right. \\ \left. - x_1 \ln(y_2 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_1^2}) - y_2 \ln(x_1 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_1^2}) + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + z_1 \arctan\left(\frac{x_1 y_2}{z_1 \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_1^2}}\right) + x_1 \ln(y_2 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_2^2}) + \\
& + y_2 \ln(x_1 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_2^2}) - z_2 \arctan\left(\frac{x_1 y_2}{z_2 \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_2^2}}\right) + \\
& + x_1 \ln(y_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}) + y_1 \ln(x_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}) - \\
& - z_1 \arctan\left(\frac{x_1 y_1}{z_1 \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}}\right) - x_1 \ln(y_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_2^2}) - \\
& - y_1 \ln(x_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_2^2}) + z_2 \arctan\left(\frac{x_1 y_1}{z_2 \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_2^2}}\right) \Bigg], \quad (2.116)
\end{aligned}$$

arba, remiantis formule (2.115),

$$\begin{aligned}
dg = -G\delta \Bigg| & x \ln\left(y + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right) + y \ln\left(x + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right) - \\
& - z \arctan\left(\frac{xy}{z\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right) \Bigg|_{z_1}^{z_2} \Bigg|_{y_1}^{y_2} \Bigg|_{x_1}^{x_2}. \quad (2.117)
\end{aligned}$$

### 2.9.6. Kūno trikdančio poveikio vertikalės nuokrypio dedamajai dienovidinyje ir pirmajame vertikale įvertinimas

Turint trikdymo potencialo projekcijų į ašis formules (2.96) ir (2.105) ir 2.7.4 poskyryje pateiktas formules trikdančio kūno poveikio vertikalės nuokrypio dedamosioms (2.69)–(2.70), galima parašyti sekančias formules.

Vertikalės nuokrypio dedamoji dienovidinyje:

$$\begin{aligned}
\xi = \frac{G\delta}{g} \Bigg[ & y_2 \ln(z_2 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_2^2}) + z_2 \ln(y_2 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_2^2}) - \\
& x_1 \arctan\left(\frac{y_2 z_2}{x_1 \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_2^2}}\right) - y_2 \ln(z_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}) -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -z_2 \ln(y_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}) + x_2 \arctan\left(\frac{y_2 z_2}{x_2 \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}\right) - \\
& -y_2 \ln(z_1 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_1^2}) - z_1 \ln(y_2 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_1^2}) + \\
& + x_1 \arctan\left(\frac{y_2 z_1}{x_1 \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_1^2}}\right) + y_2 \ln(z_1 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_1^2}) + \\
& + z_1 \ln(y_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_1^2}) - x_2 \arctan\left(\frac{y_2 z_1}{x_2 \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_1^2}}\right) - \\
& -y_1 \ln(z_2 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_2^2}) - z_2 \ln(y_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_2^2}) + \\
& + x_1 \arctan\left(\frac{y_1 z_2}{x_1 \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_2^2}}\right) + y_1 \ln(z_2 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_2^2}) + \\
& + z_2 \ln(y_1 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_2^2}) - x_2 \arctan\left(\frac{y_1 z_2}{x_2 \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_2^2}}\right) + \\
& + y_1 \ln(z_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}) + z_1 \ln(y_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}) - \\
& -x_1 \arctan\left(\frac{y_1 z_1}{x_1 \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}}\right) - y_1 \ln(z_1 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_1^2}) - \\
& -z_1 \ln(y_1 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_1^2}) + x_2 \arctan\left(\frac{y_1 z_1}{x_2 \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_1^2}}\right) \Bigg], \quad (2.118)
\end{aligned}$$

arba, remiantis formule (2.97),

$$\xi = -\frac{G\delta}{g} \left| y \ln\left(z + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right) + z \ln\left(y + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right) - \right.$$

$$-x \arctan \left( \frac{yz}{x\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) \bigg|_{x_1}^{x_2} \bigg|_{z_1}^{z_2} \bigg|_{y_1}^{y_2}. \quad (2.119)$$

Vertikalės nuokrypio dedamoji pirmajame vertikale

$$\begin{aligned} \eta = \frac{G\delta}{g} & \left[ x_2 \ln(z_2 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_2^2}) + z_2 \ln(x_2 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_2^2}) - \right. \\ & - y_1 \arctan \left( \frac{x_2 z_2}{y_1 \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_2^2}} \right) - x_2 \ln(z_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}) - \\ & - z_2 \ln(x_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}) + y_2 \arctan \left( \frac{x_2 z_2}{y_2 \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}} \right) - \\ & - x_2 \ln(z_1 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_1^2}) - z_1 \ln(x_2 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_1^2}) + \\ & + y_1 \arctan \left( \frac{x_2 z_1}{y_1 \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_1^2}} \right) + x_2 \ln(z_1 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_1^2}) + \\ & + z_1 \ln(x_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_1^2}) - y_2 \arctan \left( \frac{x_2 z_1}{y_2 \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_1^2}} \right) - \\ & - x_1 \ln(z_2 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_2^2}) - z_2 \ln(x_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_2^2}) + \\ & + y_1 \arctan \left( \frac{x_1 z_2}{y_1 \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_2^2}} \right) + x_1 \ln(z_2 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_2^2}) + \\ & + z_2 \ln(x_1 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_2^2}) - y_2 \arctan \left( \frac{x_1 z_2}{y_2 \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_2^2}} \right) + \\ & + x_1 \ln(z_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}) + z_1 \ln(x_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -y_1 \arctan\left(\frac{x_1 z_1}{y_1 \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}}\right) - x_1 \ln(z_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}) - \\
& -z_1 \ln(x_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}) + y_2 \arctan\left(\frac{x_1 z_1}{y_2 \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_1^2}}\right) \Bigg], \quad (2.120)
\end{aligned}$$

arba, remiantis formule (2.106),

$$\begin{aligned}
\eta = & -\frac{G\delta}{g} \Bigg| x \ln\left(z + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right) + z \ln\left(x + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right) - \\
& - y \arctan\left(\frac{xz}{y\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right) \Bigg|_{y_1}^{y_2} \Bigg|_{z_1}^{z_2} \Bigg|_{x_1}^{x_2}. \quad (2.121)
\end{aligned}$$

Taikant šias formules, įvertinamas pasirinkto kūno poveikis sunkio lauko elementams.

### 2.9.7. Kūno poveikio sunkio lauko elementams įvertinimas

Kūno trikdantį poveikį sunkio lauko elementams tirti, pasirinktas vienalytis stačiakampio gretasienio formos kūnas, kurio matmenys  $x_2 - x_1 = 3000$  m,  $y_2 - y_1 = 998$  m,  $z_2 - z_1 = 15$  m, o tūris artimas Kruonio hidroakumuliacinės elektrinės (HAE) viršutinio baseino vandens kintamos dalies tūriui (2.19 pav.). Kaip nurodyta Kruonio HAE techniniuose parametruose (Gailiūšis *et al.* 2006; Kruonio HAE 2013), vandens lygis aukštutiniame baseine gali keistis 13,5 m, o baseino plotas yra 303 ha. Tiriamo kūno (vandens) tankis  $\delta = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ . Taigi tiriamasis kūnas yra artimas Kruonio HAE. Nustatoma, kaip keičiasi sunkis ir vertikalės nuokrypis, vykdant matavimus  $x$  ašimi, kai atstumas iki kūno ( $y_1$ ) lygus 2, 7, 12, 22, 52, 102 ir 202 m.

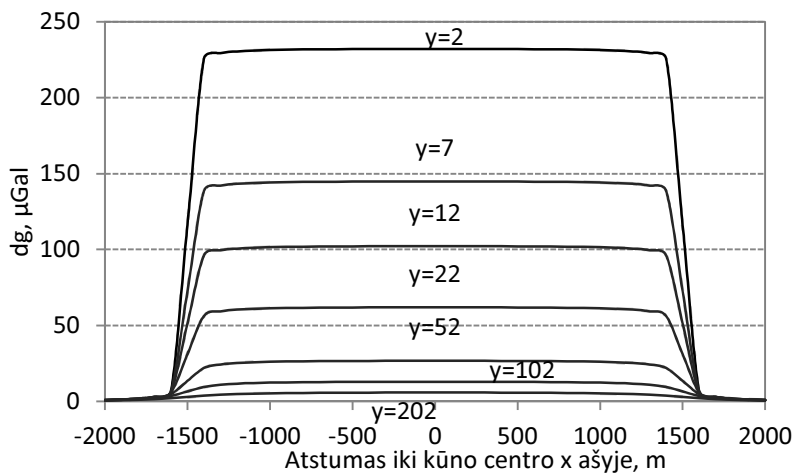
Poveikį vertinga nustatyti, kadangi keliu, einančiu pro Kruonio HAE aukštutinį baseiną, vykdomi Lietuvos valstybinio antrosios klasės vertikaliojo tinklo niveliacijos darbai ir bus atliekami gravimetriniai matavimai.



2.19 pav. Kruonio hidroakumuliacinė elektrinė HAE (www.maps.lt)

Fig. 2.19. Kruonis hydroaccumulate electric power station (www.maps.lt)

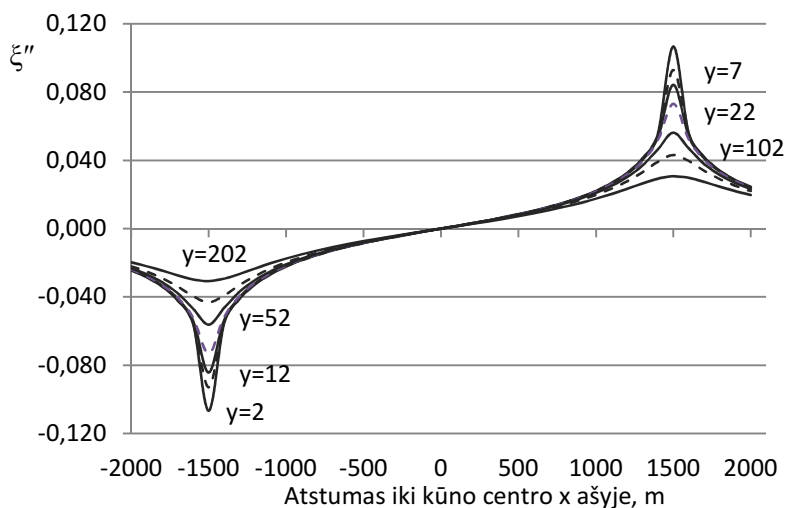
Gauti rezultatai parodyti 2.20–2.22 paveiksluose.



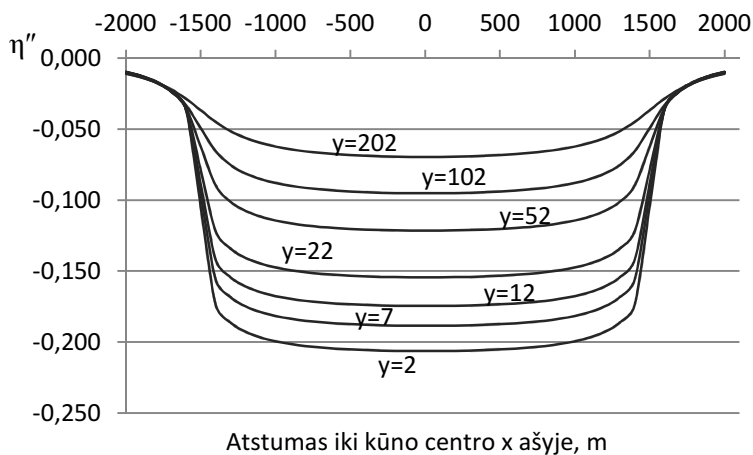
2.20 pav. Trikančio kūno poveikis sunkiui ( $x=0$ , pozicija ties kūno viduriu x ašyje)

Fig. 2.20. Body's disturbing effect to gravity ( $x=0$ , position by the middle of the body, in axis x)





**2.21 pav.** Trikdančio kūno poveikis vertikalės nuokrypiui dienovidinyje  
**Fig. 2.21.** Disturbing body's effect to the vertical deflection in the meridian component



**2.22 pav.** Trikdančio kūno poveikis vertikalės nuokrypiui pirmajame vertikale  
**Fig. 2.22.** Disturbing body's effect to the vertical deflection in the prime vertical component

Atlikti tyrimai rodo, kad trikdančio kūno poveikis sunkiui siekia iki 232  $\mu\text{Gal}$ , kuomet kūnas praeinamas 2 m atstumu (2.20 pav.). Didėjant atstumui

iki 202 m poveikis sumažėja iki 6  $\mu\text{Gal}$ . Atraminiuose gravimetriniuose tinkluose matavimų, atliekamų balistiniais ir statiniais gravimetrais, tikslumas siekia keletą  $\mu\text{Gal}$  (Paršeliūnas *et al.* 2010), o gravimetrinėse observatorijose, kuriose naudojami superlaidūs gravimetrai (Warburton *et al.* 2010), tikslumas siekia net mikrogalo šimtąsias dalis, todėl tokių pokyčių įvertinimas gali būti aktualus, ypač atliekant Žemės sunkio lauko kitimo tyrimus.

2.21–2.22 paveiksluose parodytas trikdančio kūno poveikis vertikalės nuokrypio dedamosioms dienovidinyje ir pirmajame vertikale. Ties kūno viduriu vertikalės nuokrypio dedamoji dienovidinyje lygi 0, o tolstant nuo jo, ji turi priešingą ženklą ir siekia iki 0,11" ties kūno pabaiga ( $y_1 = 2$  m). Praeinant kūną 202 m atstumu maksimali šios dedamosios reikšmė siekia 0,03". Poveikis dedamajai pirmajame vertikale maksimumą pasiekia ties kūno viduriu. Jo reikšmė siekia  $-0,21''$ , kai  $y_1 = 2$  m ir  $-0,07''$ , kai  $y_1 = 202$  m. Tokio dydžio poveikis vertikalei gali būti reikšmingas nustatant astronominį geodezinį vertikalės nuokrypį naujausiomis priemonėmis, kurios žvaigždėms fotografuoti naudoja skaitmenines kameras ir GPS imtuvus (Abele *et al.* 2012; Christian Hirt, Seeber 2008; Christian Hirt 2003).

Minėtas vertikalės nuokrypis gali būti reikšmingas ir preciziniam geometriniam niveliavimui, ypač atliekant geodinaminius tyrimus (Petroškevičius *et al.* 2008). Vertikalės nuokrypio tikslesnis nustatymas leidžia tiksliau nustatyti ir sunkio lauko ekvipotencialinių paviršių formą. Vienas iš tokių paviršių, einantis per aukščių pradžią, geodezijoje naudojamas geopotencialinių aukščių skaičiavimui. Jo formos tikslesnis nustatymas yra vienas iš pagrindinių geodezijos uždavinių (Паршялюнас *et al.* 2013).

## 2.10. Antrojo skyriaus išvados

1. Remiantis potencialo teorija, išnagrinėtas centrinio ir elipsoidinio normalinių sunkio laukų nevienalytiškumas, įvertinant jėgų linijų kreivumą ir ekvipotencialinių paviršių antilygiagretumą. Nustatyta, kad tuo metu, kai aukščių prieaugių matavimo tikslumas viršija 0,2 mm, o kampų matavimo paklaidos didesnės nei 1,6", centrinio lauko nevienalytiškumo galima nevertinti atstumsams, mažesniems nei 50 m.

2. Atlikti gravimetrų Scintrex CG-5 kalibravimo koeficientų tyrimai rodo, kad didžiausias koeficiento nuokrypis nuo vieneto siekia iki 0,013. Koeficientų reikšmės per tiriamąjį penkerių metų laikotarpį turėjo tendenciją mažėti. Didžiausias kalibravimo koeficiento reikšmių kitimo diapazonas – 0,000632. Kalibravimo koeficientų kitimo greitis gravimetrinių matavimų sezono metu turi tendenciją didėti, laikotarpiuose tarp matavimų – mažėti, todėl gravimetrų kalib-

ravimą tikslinga atlikti prieš pat matavimų sezoną ir jį baigus, o kalibravimo koeficientų reikšmės tikslinga interpoliuoti matavimų epochai. Gravimetrų LaCoste & Romberg kalibravimo koeficientų paklaidos, lyginant su gravimetrų Scintrex CG-5 kalibravimo koeficientų paklaidomis, didesnės net tris kartus.

3. Remiantis penkerių metų laboratoriniais tyrimais nustatyta, kad gravimetrų Scintrex CG-5 parinė nulinio slinkties gali siekti iki 500  $\mu\text{Gal}$ . Jos kitimo diapazonas dažniausiai neviršija 200  $\mu\text{Gal}$ . Laikotarpiuose tarp matavimų sezonų nulinio slinkties turi tendenciją mažėti. Palyginimui nustatyta, kad gravimetrai LaCoste & Romberg turi mažesnę parinę nulinio slinktį, kuri neviršija 130  $\mu\text{Gal}$ , tačiau jos svyravimų diapazonas toks pat kaip ir gravimetrų Scintrex CG-5.

4. Analizuojant gravimetrų Scintrex CG-5 matavimų duomenis nustatyta, kad gravimetrų valandinės nulinio slinkties svyravimas matavimų metu daugeliu atvejų neviršija 10  $\mu\text{Gal}$ . Gravimetrų LaCoste & Romberg valandinės nulinio slinkties svyravimo diapazonas didesnis ir gali siekti 25  $\mu\text{Gal}$ .

5. Pasiūlyta matavimų kvarciniais automatiniais gravimetrais metodika, kuri, matuojant dviem gravimetrais, leidžia nustatyti gravimetrinio tinklo punktuose sunkio pagreitį su vidutine kvadratine paklaida neviršijančia 10  $\mu\text{Gal}$ .

6. Taikant potencialo teoriją, sudarytas algoritmas leidžiantis įvertinti trikdymo potencialo poveikį sunkio lauko elementams, susietiems su geodeziniais matavimais.

7. Įvertintas materialiojo taško arba rutulio, turinčio simetrišką tankį centro atžvilgiu, poveikis ekvipotencialiniam paviršiui, vertikalės nuokrypiui bei sunkio pokyčiui. Šią metodiką galima taikyti apytiksliam trikdančio kūno poveikiui įvertinti.

8. Parengta metodika vienalyčio kūno, turinčio stačiakampio gretasienio formą, poveikiui įvertinti. Išvestos formulės ne tik sunkio pagreičio pokyčiui, bet taip pat vertikalės nuokrypio dedamosioms dienovidinyje ir pirmajame vertikale. Formulė sunkio pagreičio pokyčiui nustatyti sutampa su sunkio pokyčiu, kurį gauna kiti autoriai sprenddami tiesioginį geofizinį uždavinį.

9. Trikdančio kūno poveikiui įvertinti vietoje geodezijoje taikomos cilindrinės koordinatų sistemos ir su ja susietais žiedinių cilindro sektoriais (pavyzdžiui nustatant topografinę pataisą sunkiui) naudota stačiakampė koordinatų sistema. Siūloma metodika paprasčiau ir tiksliau įvertina trikdančių kūnų, turinčių stačiakampio gretasienio formą arba formą, susidedančią iš tokių elementų, poveikį.



---

## Sunkio lauko nevienalytiškumo vertinimas

Taikant antrajame skyriuje rekomenduotą patobulintą sunkio lauko nevienalytiškumo tyrimų metodiką, atliktas Lietuvos teritorijos sunkio lauko nevienalytiškumo vertinimas. Panaudojant naujausių gravimetrinių matavimų duomenis, įvertintas Lietuvos gravimetrinio Bouguer anomalijų žemėlapių tikslumas. Nustatytas ryšys tarp Lietuvoje naudotos Potsdamo ir dabar naudojamos LSS07 sunkio sistemų. Išnagrinėtos sunkio lauko ekvipotencialinių paviršių antilygiagretumo nustatymo galimybės. Įvertintas pasaulinių geopotencialo modelių tikslumas Lietuvos teritorijoje.

Atliktų tyrimų rezultatai paskelbti autorės straipsniuose bei tarptautinių ir respublikinių konferencijų medžiagoje (Birvydienė *et al.* 2009, 2010; Paršeliūnas *et al.* 2010; Petroškevičius, Birvydienė *et al.* 2014; Паршялюнас *et al.* 2013).

### 3.1. Ryšio tarp sunkio sistemų nustatymas

Išsamią informaciją apie gravitacijos lauką teikia Bouguer sunkio anomalijų gravimetriniai žemėlapiai (Petroškevičius 1995, 2004b; Torge 1989). Naudojant

tokius žemėlapius sunkio pagreičiui nustatyti, svarbu žinoti ir koku tikslumu gaunamos pagreičio reikšmės. Lietuvoje įvairiems poreikiams naudojamas 1963–1976 m. išleistas gravimetrinis 1:200 000 mastelio Bouguer anomalijų žemėlapis (Petroškevičius 1995, 2004), sudarytas remiantis 1954–1962 m. gravimetrinių matavimų duomenimis.

Remiantis naujais gravimetriniais matavimais, atliktais nulinės, pirmosios ir antrosios klasės punktuose (iš viso 686 punktai) (Birvydienė *et al.* 2009; Mäkinen *et al.* 1995; Mäkinen, Petroškevičius 2003; Paršeliūnas, Petroškevičius 2007; Petroškevičius, Paršeliūnas 2003), įvertintas Lietuvos teritorijos gravimetrinio žemėlapių tikslumas ir nustatytas ryšys tarp dabar taikomos LSS07 sunkio sistemos, pagrįstos absoliučiaisiais sunkio matavimais (Mäkinen, Petroškevičius 2003; Paršeliūnas, Petroškevičius 2007), ir anksčiau taikytos Potsdamo sunkio sistemos.

Lietuvos teritorijos 1:200 000 mastelio Bouguer anomalijų žemėlapis sudarytas remiantis ištisinės gravimetrinės nuotraukos duomenimis (per 10 000 punktų). Sudarant žemėlapių taikyta 1942 m. koordinatų sistema, Krasovskio elipsoidas bei Baltijos sistemos normaliniai aukščiai. Bouguer anomalijoms skaičiuoti taikytas Potsdamo sunkio sistemos sunkis, Helmerto normalusis sunkio laukas bei Žemės plutos tankis  $\delta = 2,3 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ . Žemėlapyje Bouguer anomalijų laukas pavaizduotas izoanomalėmis, išvestomis kas 2 mGal. Taip pat pažymėti gravimetrinių matavimų taškai su Bouguer anomalijų reikšmėmis.

Gravimetrinio Bouguer anomalijų žemėlapių tikslumui įvertinti panaudojami Lietuvos nulinės, pirmosios ir antrosios klasės 686 punktų duomenys. Tam tikslui gravimetrinio tinklo punkтам apskaičiuotos 1942 m. sistemos koordinatės. Bouguer anomalijų reikšmės gravimetrinio tinklo punktuose nustatytos pagal izoanomalės interpoliavimo būdu. Potsdamo sistemos sunkio pagreičiui pagal Bouguer anomalijas skaičiuoti taikyta antrojo skyriaus (2.38) formulė, naudojant Baltijos sistemos aukštį.

Sunkio pagreitis  $g_{P_z}$ , nustatytas Žemės paviršiaus taške (normalinis aukštis  $H_z$ ), redukuojamas į tašką, kurio normalinis aukštis  $H$ . Tam tikslui, taikant antrojo skyriaus formules (2.31–2.35), galime parašyti

$$g_P = g_{P_z} + dg. \quad (3.1)$$

Jeigu  $H_z > H$ , tai

$$dg = \Delta\gamma_H(h) - 2 \cdot 0,0419 \delta h, \quad (3.2)$$

čia  $\Delta\gamma_H(h)$  – aukščio Helmerto normaliajame sunkio lauke pataisa:

$$\Delta\gamma_H(h) = 0,30855 (1 + 0,00071 \cos 2B_{42})h - 0,0723h^2 10^{-6}, \quad (3.3)$$

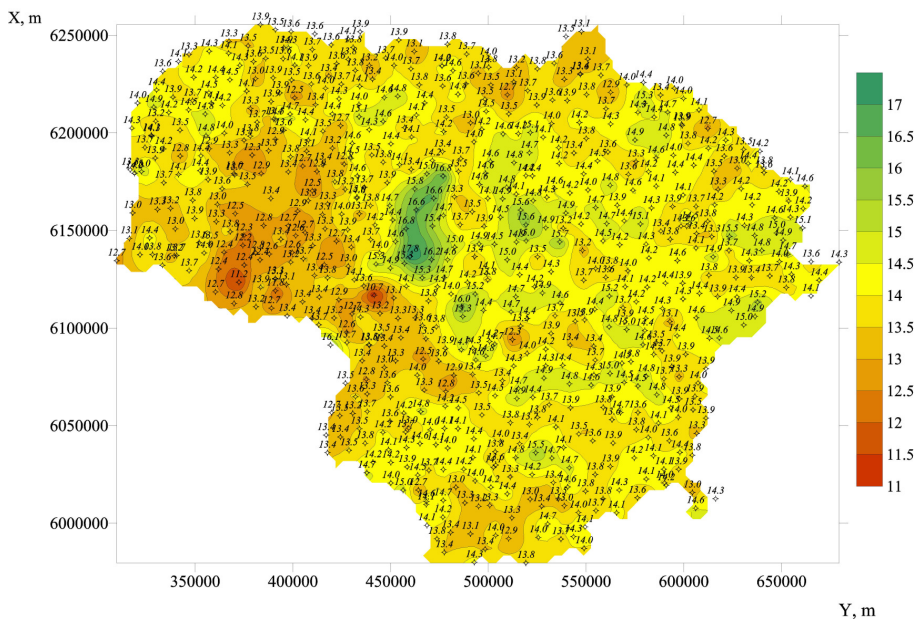
$$h = H_z - H.$$

Jeigu  $H_z < H$ , tai

$$dg = -\Delta\gamma_H(h), \quad (3.4)$$

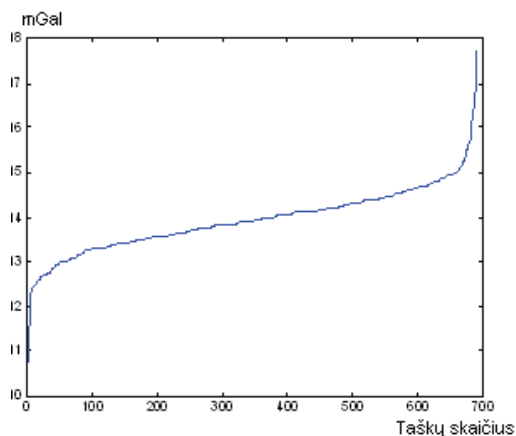
čia  $h = H - H_z$ .

Panaudojant šias formules, apskaičiuoti sunkio pagreičio reikšmių, nustatytų pagal gravimetrinį žemėlapi (Potsdamo sunkio sistema) ir išmatuotų gravimetriniuose punktuose (LSS07), skirtumai. Taikant programinį paketą Surfer, sudarytas sunkio pagreičio skirtumų skaitmeninis modelis (3.1 pav.).



**3.1 pav.** Sunkio pagreičio skirtumai (izoanomalės prarastos kas 0,5 mGal)  
**Fig. 3.1.** Gravity acceleration differences (step 0.5 mGal)

Skirtumų reikšmių (Paršeliūnas 2008) kitimo ribos – nuo 10,743 mGal iki 17,755 mGal. Skirtumų, išdėstytų didėjančia tvarka, grafikas parodytas 3.2 paveiksle.



**3.2 pav.** Pagal žemėlapi nustatytų ir išmatuotų sunkio reikšmių skirtumų kitimas, mGal

**Fig. 3.2.** The change of the gravity values determined according map and from measurement, mGal

Vidutinė sunkio skirtumų reikšmė – 13,930 mGal (Birvydienė *et al.* 2010). Kaip matome, ji 0,07 mGal nukrypsta nuo bendrai priimto skirtumo – 14,00 mGal. Sunkio pagreičio skirtumų skaitmeninis modelis gali būti panaudotas sunkio reikšmėms, nustatytoms pagal gravimetrinį žemėlapi, patikslinti.

### 3.2. Gravimetrinio Bouguer anomalijų žemėlapio tikslumo įvertinimas

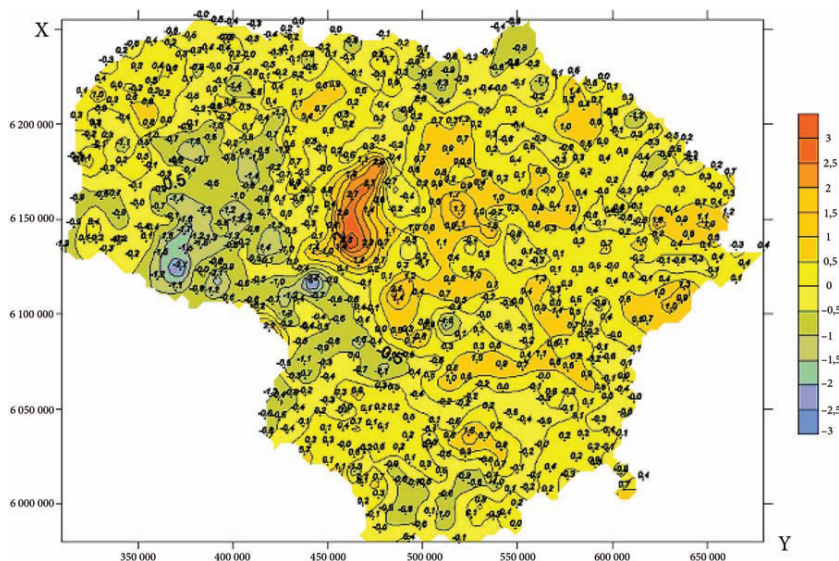
Taikant gravimetriniuose punktuose apskaičiuotas skirtumų reikšmes ir eliminavus vidutinę skirtumų reikšmę, naudojant Surfer programą, sudarytas skaitmeninis redukuotų sunkio pagreičio skirtumų modelis, kurio grafinė išraiška pateikta 3.3 paveiksle. Jame skirtumai pavaizduoti izolinijomis, išvestomis kas 0,5 mGal. Redukuoti skirtumai svyruoja nuo –3,185 mGal iki +3,827 mGal.

Analizuojant 3.3 paveikslo duomenis matyti, kad tam tikrose Lietuvos teritorijos vietose gravimetrinis žemėlapis turi sistemingas paklaidas. Pavyzdžiui, centrinėje Lietuvos dalyje išryškėja teigiamas skirtumas, siekiantis 3 mGal, o pietvakarinėje dalyje – neigiamas skirtumas, siekiantis –3 mGal. Šių skirtumų priežastimi gali būti gravimetrinio pagrindo, naudoto gravimetrinei nuotraukai atlikti, netikslumai.

Pagal Beselio formulę apskaičiuota skirtumų vidutinė kvadratinė paklaida – 0,714 mGal. Priėmus, kad sunkio pagreičio, išmatuoto gravimetriniuose punk-



tuose, vidutinės kvadratinės paklaidos neviršija 0,009 mGal, galima daryti išvadą, kad sunkio pagreičio, nustatyto pagal gravimetrinį žemėlapi, vidutinė kvadratinė paklaida yra 0,7 mGal.



**3.3 pav.** Sunkio pagreičio redukuoti skirtumai, mGal

**Fig. 3.3.** Gravity acceleration differences, mGal

Gravimetriniuose žemėlapiuose nurodoma, kad sunkio pagreitis matuotas su vidutine kvadratine paklaida 0,2–0,4 mGal, o Bouguer anomalijos nustatytos 0,4–0,7 mGal tikslumu. Taigi remiantis atliktų tyrimų rezultatais, galima teigti, kad sunkio pagreitis ir anomalijos gali turėti didesnes paklaidas nei tas, kurios nurodomos žemėlapyje. Taip pat galima pažymėti, kad skirtingų sistemų sunkio pagreičių skirtumų svyravimas 7 mGal diapazone, nesudaro pakankamai patikimų sąlygų toliau didinti geoido ir kvazigeoido formos nustatymo tikslumą, o taip pat ir sunkio lauko ekvipotencialinių paviršių antilygiagretumo bei normalinių aukščių nustatymo tikslumą. Tai gali užtikrinti tik nauja Lietuvos teritorijos gravimetrinė nuotrauka. Ją galima atlikti naudojant šiuolaikinius naujus automatiškus gravimetrus ir koordinuojant gravimetrinius punktus GPS metodu.

### 3.3. Sunkio pagreičio skirtumų skaitmeninio modelio įvertinimas

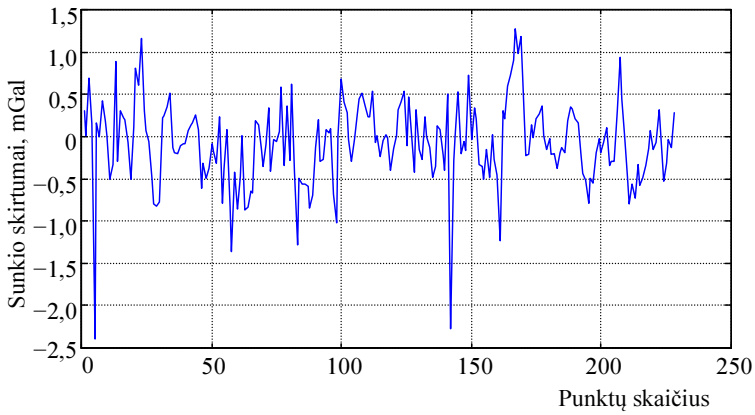
Įvertinamas sunkio reikšmių, gautų pagal žemėlapi ir pataisytų naudojant pagreičio skirtumų modelį, tikslumas. Tam tikslui panaudojami naujų gravimetrinių matavimų, atliktų 2010–2012 m. 203 geodezinio vertikaliojo tinklo punktuose, duomenys. Vertikaliojo tinklo linijos, kurių punktuose buvo atlikti gravimetriniai matavimai parodytos 3.4 paveiksle.



3.4 pav. Tyrimams pasirinktos vertikaliojo tinklo linijos (2010–2012 m.)

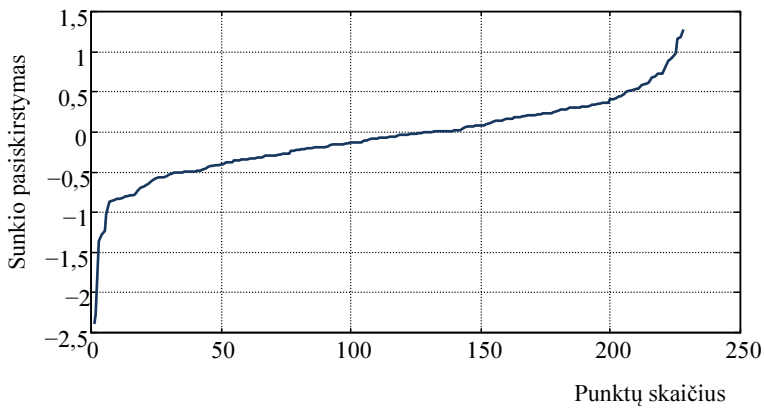
Fig. 3.4. Investigated levelling lines (in 2010–2012)

Matavimai atlikti dviem gravimetrais Scintrex CG-5. Sunkio pagreitis  $g_z$  nustatytas su vidutine kvadratine paklaida, kuri, vertinant pagal dvigubų matavimų skirtumus, neviršija  $14 \mu\text{Gal}$ . Punktams, kuriuose atlikti matavimai, pagal gravimetrinio žemėlapio Bouguer anomalijų reikšmes, paskaičiuotos sunkio pagreičio reikšmės. Šios reikšmės pataisytos skaitmeninio modelio pataisomis. Patikslintos pagal žemėlapi gautos sunkio reikšmės skiriasi nuo išmatuotų sunkio reikšmių nuo  $-2,39$  iki  $+1,28 \text{ mGal}$  (3.5 pav.). Sunkio reikšmių skirtumų pasiskirstymo diapazonas parodytas 3.6 paveiksle.



3.5 pav. Sunkio reikšmių skirtumai, mGal

Fig. 3.5. Gravity differences, mGal



3.6 pav. Sunkio reikšmių skirtumų pasiskirstymas, mGal

Fig. 3.6. Distribution of gravity differences, mGal

Kiekvienos linijos gautų sunkio pagreičio reikšmių vidutinės kvadratinės paklaidos ( $m_{14}$  – tik pagal žemėlapi,  $m_{zz}$  – naudojant modelį) pateiktos 3.1 lentelėje.

**3.1 lentelė.** Sunkio pagreičio paklaidos**Table 3.1.** The errors of the gravity

Eil. Nr.	Linijų pavadinimas	$m_{14}$	$m_{zz}$
1	Pabradė–Gelednė	1,053	0,725
2	Alytus–Elektrėnai	0,651	0,529
3	Plungė–Stulgiai	0,856	0,337
4	Utena–Švenčionėliai	0,611	0,624
5	Vilnius–Šumskas	0,360	0,463
6	Visaginas–Varniškiai	0,580	0,434

Vertinant sunkio reikšmių visuose punktuose tikslumą bendrai, gauta, kad  $m_{14} = 0,684$  mGal,  $m_{zz} = 0,497$  mGal.

Tokiu būdu patikslinant pagal žemėlapi gautas sunkio reikšmes, jų vidutinė kvadratinė paklaida sumažėjo nuo 0,7 mGal iki 0,5 mGal (1,4 karto).

### 3.4. Gravimetrinių duomenų kvazigeoidui nustatyti patikslinimas

Nustačius taškų geodezinius aukščius kosminiu GPS metodu ir žinant kvazigeoido aukštį virš elipsoido, galima gauti taškų normalinius aukščius, neatliekant niveliavimo. Todėl labai svarbu žinoti kvazigeoido paviršių kuo tiksliau. Nors kvazigeoido nustatymui gali būti naudojami įvairūs geodeziniai matavimai, vis tik labai svarbūs yra gravimetriniai matavimai.

Nustatant kvazigeoidą Lietuvos teritorijoje 1994 ir 1998 m., pagrindiniu gravimetrinės informacijos šaltiniu buvo gravimetrinis 1:200 000 mastelio Bouguer anomalijų žemėlapis.

Kvazigeoido nustatymui buvo panaudoti maždaug 10 000 gravimetrinės nuotraukos bei 103 trečiosios klasės (vidutinė kvadratinė paklaida 0,5 mGal) tinklo – nuotraukos pagrindo – punktų duomenys. Taip pat buvo panaudoti šie gravimetrinių matavimų duomenys: 21 antrosios klasės punktas (vidutinė kvadratinė paklaida 0,2 mGal) bei 771 Kuršių marių punktas (vidutinė kvadratinė paklaida 0,15 mGal) ir 897 Baltijos jūros punktai (vidutinė kvadratinė paklaida 0,32 mGal).

Tuo metu visi gravimetriniai duomenys redukuoti iš Potsdamo sunkio sistemos į IGSN 71 sunkio sistemą, naudojant pataisą 14 mGal. Punktų koordinatės perskaičiuotos iš 1942 m. į tuo metu naująją Lietuvos koordinatų sistemą

LKS 94, atitinkančią Europos ETRS 89 koordinačių sistemą ir naudojančią GRS 80 elipsoidą. Sunkio lauko anomalijos skaičiuotos naudojant GRS 80 normalųjį sunkio lauką ir Žemės plutos tankį, lygų  $2,67 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ .

Kvazigeoido skaičiavimai, bendradarbiaujant su Šiaurės šalių Geodezijos komisijos (NKG) darbo grupe geoido skaičiavimui, buvo vykdomi visame Baltijos regione, ir naudoti ne tik geodeziniai ir gravimetriniai duomenys, bet ir geopotencialo modeliai. Kvazigeoidas buvo nustatytas kelių cm tikslumu (Petroškevičius, Paršeliūnas 1995; Petroškevičius 1995).

Norint patikslinti kvazigeoido formą, reikia ir tikslesnių gravimetrinių duomenų. Sukūrus naują Lietuvos gravimetrinį tinklą, atsirado galimybės patikslinti sunkio lauką Lietuvos teritorijoje, o tuo pačiu ir kvazigeoido formą. Taip pat tapo svarbus ir sunkio reikšmių, nustatomų iš žemėlapių, tikslumas, kadangi pagal tai nustatomas kvazigeoidas.

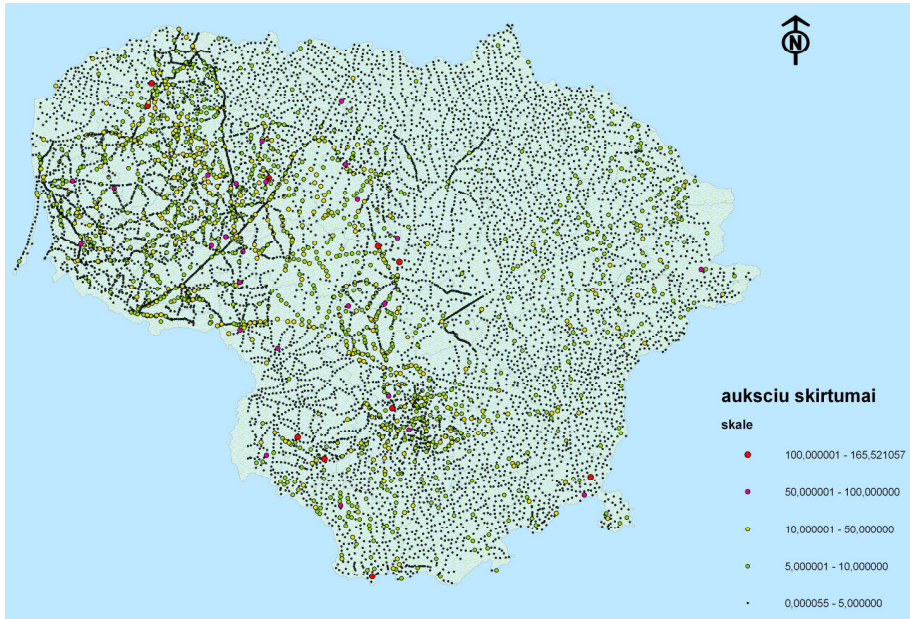
3.2 poskyryje aprašytomis procedūromis buvo atliktas žemėlapių tikslumo vertinimas. 2014 m. geoido tikslinimui buvo pateikti gravimetrinio tinklo duomenys, o gravimetrinės nuotraukos duomenys buvo naujai patikslinti.

Kadangi nuotraukos punktų aukščio nustatymas, surenkant informaciją, buvo komplikotas dėl medžiagos trūkumo (Petroškevičius, Paršeliūnas 1995; Petroškevičius 2004b), pirmiausia buvo nuspręsta nustatyti gravimetrinės nuotraukos taškų aukščius, panaudojant skaitmeninį Lietuvos reljefo modelį, ir punktų aukščius palyginti su anksčiau pateiktais. Daugumos punktų aukščių skirtumas siekė iki 5 m (beveik 9 000 punktų), tačiau pasitaikė ir žymiai didesnių skirtumų (iki 100 m) (3.7 pav.).

Nuspręsta palikti visus punktus, kuriuose aukščių skirtumas, lyginant su aukščiu, gautu iš skaitmeninio reljefo modelio, nesiskiria daugiau nei 15 metrų. Tokių punktų sausumoje nustatyta 9988. Šiems punkтам paskaičiuotos anomalijos su naujai nustatytais aukščiais ir patikslintomis sunkio reikšmėmis, gautomis panaudojant poskyryje 3.2 sudarytą skirtingų sistemų sunkio pagreičio skirtumų modelį vietoj bendros pataisos 14. Sunkio anomalijoms skaičiuoti panaudotos antrojo skyriaus formulės (2.40)–(2.43).

Analogiškai apdoroti ir 3 klasės tinklo punktų duomenys: naujasis aukštis nustatytas iš skaitmeninio reljefo modelio, o sunkis patikslintas naudojant sunkio pagreičio skirtumų modelį. Kadangi mariose ir jūroje esančių punktų nei aukščio, nei sunkio patikslinti negalima dėl nesančių naujų matavimų, tai buvo perskaičiuotos tik anomalijos, įvedant atmosferos traukos pataisą, kuri nebuvo įtraukta.

Paruošti duomenys geoidui nustatyti buvo pristatyti Danijos specialistams, priklausantiems NKG geoido nustatymo darbo grupei. Naudojant paruoštus duomenis bus sudarytas naujas patikslintas geoido modelis.



3.7 pav. Gravimetrinės nuotraukos punktų aukščių skirtumai

Fig. 3.7. Heights differences of the gravimetric points

### 3.5. Ekvipotencialinių paviršių antilygiagretumo nustatymo galimybių įvertinimas

Nustatant sunkio lauko ekvipotencialinių paviršių antilygiagretumą, įvertinamas normaliojo sunkio lauko ekvipotencialinių paviršių antilygiagretumas bei realaus sunkio lauko ir normaliojo sunkio lauko ekvipotencialinių paviršių nesutapimas, apie kurį buvo kalbėta 2.6 poskyryje. Kaip žinome, daugelyje šalių, taip pat ir Lietuvoje, naudojamas normalinis sunkio laukas GRS80 (Petroškevičius 2000c), kuriame normalinis sunkis apibrėžiamas formule (2.41).

Realaus ir normaliojo sunkio laukų ekvipotencialinių paviršių tarp dviejų punktų  $i$  ir  $k$  nesutapimas  $f_{lik}$  priklauso nuo sunkio anomalijų ir išreiškiamas formule (2.50) (Petroškevičius 2004b)

$$f_{lik} = \frac{1}{\gamma_v} (g - \gamma)_v h_{ik}, \quad (3.5)$$

čia  $\gamma_v$  – vidutinis normalinis sunkio pagreitis tarp elipsoido ir teluroido (Lietuvos teritorijoje priimama, kad  $\gamma_v = 981500$  mGal);  $(g - \gamma)_v$  – punktų vidutinė sunkio anomalija laisvajame ore;  $h_{ik}$  – išmatuotas aukščių skirtumas.

Mišrioji anomalija laisvajame ore nustatoma pagal formulę (2.44).

Normalinio lauko ekvipotencialinių paviršių antilygiagretumas tarp punktų išreiškiamas formule (2.30)

$$f_{2ik} = -\frac{1}{\gamma_v}(\gamma_{0k} - \gamma_{0i})H_v, \quad (3.6)$$

čia  $H_v$  – punktų vidutinis normalinis aukštis.

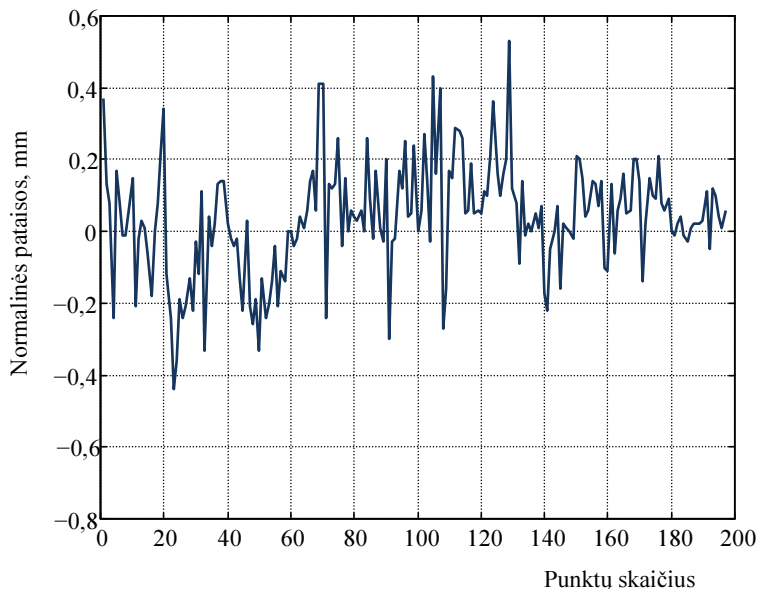
Normalinė pataisa  $f_{ik}$ , įvertinanti sunkio lauko ekvipotencialinių paviršių antilygiagretumą ir naudojama perėjimui nuo išmatuoto aukščių skirtumo prie normalinių aukščių skirtumo, skaičiuojama pagal formulę

$$f_{ik} = f_{1ik} + f_{2ik}, \quad (3.7)$$

$$f_{ik} = \frac{1}{\gamma_v}(g - \gamma)_v h_{ik} - \frac{1}{\gamma_v}(\gamma_{0k} - \gamma_{0i})H_v. \quad (3.8)$$

Ištirtos normalinių pataisų nustatymo galimybės, naudojant įvairius gravimetrinius duomenis. Tyrimams pasirinktos šešios antrosios klasės geodezinio vertikaliojo tinklo linijų atkarpos, esančios įvairiose Lietuvos teritorijos vietose (3.4 pav.), kurių punktuose atlikti gravimetriniai matavimai. Bendras tyrimams naudotų linijų ilgis apie 300 km. Vidutinis atstumas tarp punktų 1,5 km. Šiose linijose atliktas normalinių pataisų skaičiavimas. Normalinėms pataisoms nustatyti taip pat panaudoti gravimetrinio Bouguer anomalijų žemėlapių duomenys. Gautos normalinių pataisų reikšmės neviršija 0,53 mm. Jų svyravimo diapazonas, apjungus visas linijas, parodytas 3.8 paveiksle.

Siekiant nustatyti, kokią įtaką turi sunkio nustatymo tikslumas normalinėms pataisoms, buvo pasirinktas eksperimentinis skaičiavimas. Linijoje Alytus–Elektrėnai normalinės pataisos taip pat buvo paskaičiuotos sumažinus punktų, kuriuose atlikti gravimetriniai matavimai, skaičių nuo 49 iki 23 punktų (punktų skaičius sumažintas 2,1 karto), t. y. buvo sąlyginai priimta, jog dalis punktų liks nematuotų. Vidutinis atstumas tarp punktų su išmatuotu sunkio pagreičiu – 3,40 km (21 styga). Sunkio pagreitis punktuose, kurie buvo priimti kaip nematuoti, buvo paskaičiuotas interpoliavus išmatuotų punktų Bouguer anomalijas tiesėje, jungiančioje punktus su išmatuotu sunkiu. Skirtumas paskaičiuotų sunkio reikšmių nuo išmatuotų siekia iki 1,17 mGal (3.9 pav.).



**3.8 pav.** Normalinės pataisos, mm  
**Fig. 3.8.** The normal corrections in mm

Paskaičiuotų sunkio reikšmių vidutinė kvadratinė paklaida 0,474 mGal. Naudojant tokiu būdu gautas sunkio reikšmes, paskaičiuotos normalinės pataisos. Nuo pataisų, gautų remiantis tik matavimais, jos skyrėsi iki 0,01 mm.

Ekvipotencialinių paviršių antilygiagretumas buvo vertintas ir naudojant Lietuvos teritorijos 1:200 000 mastelio Bouguer anomalijų žemėlapi.

IGSN 71 sistemos sunkio pagreitis  $g_{P14}$  paskaičiuotas pagal formulę

$$g_{P14} = g_P - 14 \text{ mGal.} \quad (3.9)$$

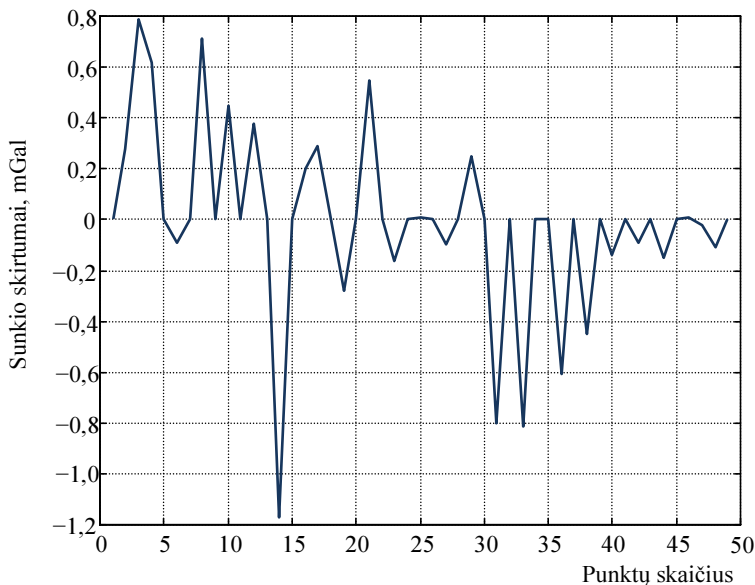
Sunkio pagreičio reikšmės taip pat buvo paskaičiuotos naudojant gravimetrinio žemėlapio pataisų modelį. Sunkio reikšmės skaičiuotos pagal formulę

$$g_{zz} = g_P - dgs, \quad (3.10)$$

čia  $dgs$  – pataisa iš skaitmeninio modelio.

Naudojant gravimetrinio žemėlapio ir pataisų skaitmeninio modelio duomenis, sunkio pagreitis paskaičiuotas visiems 203 punktams.





3.9 pav. Sunkio reikšmių skirtumai, mGal

Fig. 3.9. The differences of the gravity values, mGal

Skaiciuojant normalines pataisas tik pagal žemėlapiu duomenis, jų paklaidos siekia iki 0,04 mm, o naudojant ir skaitmeninio modelio pataisas, jos sumažėja iki 0,03 mm.

### 3.6. Geopotencialo modelio Lietuvos teritorijoje įvertinimas

Globalinėms problemoms spręsti geopotencialas išreiškiamas sferinių harmonikų modeliu. Sferinių harmonikų modeliai gali būti išreikšti tik iki  $l_{\max}$  laipsnio, kuris apibrėžia erdvinių duomenų pasiskirstymą globaliu mastu.

Atstumas tarp gretimų duomenų taškų nusako mažiausios vaizduojamos struktūros rezoliuciją ( $1/2$  bangos ilgio)  $180^\circ/l_{\max}$ . Globalusis sunkio laukas aproksimuojamas, jungiant skirtingus duomenis apie sunkio lauką, kur sunkio anomalijos turi įtakos vidutinių bangų diapazone. Prieinami duomenų rinkiniai globaliu mastu leidžia naudoti sferines harmonikas su  $l_{\max} = 180\text{--}360$ .

Pastaruoju metu pateikiama daugiau nei 140 modelių (3.10 pav.) ir tas skaičius nuolat keičiasi, kadangi apdorojant kosminiais metodais gautus duomenis,

sudaromi vis nauji modeliai. Visi geopotencialo modeliai, išskyrus 17-a modelių, pateikiami sferinių harmonikų koeficientų standartizuotoje formoje, kurią patvirtino ESA, kaip oficialų formatą GOCE projektui.

Model	Year	Degree	Data	Reference	download
DGM-1S	2012	250	S(Goce,Grace)	Hashemi Farahani, et al. 2012	<a href="#">zip</a>
GOCO03S	2012	250	S(Goce,Grace,...)	Mayer-Gürr, et al. 2012	<a href="#">zip</a>
GO_CONS_GCF_2_DIR_R3	2011	240	S(Goce,Grace,Lageos)	Bruinsma et al, 2010	<a href="#">zip</a>
GO_CONS_GCF_2_TIM_R3	2011	250	S(Goce)	Pail et al, 2011	<a href="#">zip</a>
GIF48	2011	360	S(Grace),G,A	Ries et al, 2011	<a href="#">zip</a>
EIGEN-6C	2011	1420	S(Goce,Grace,Lageos),G,A	Förste et al, 2011	<a href="#">zip</a>
EIGEN-6S	2011	240	S(Goce,Grace,Lageos)	Förste et al, 2011	<a href="#">zip</a>
GOCO02S	2011	250	S(Goce,Grace,...)	Goltinger et al, 2011	<a href="#">zip</a>
AIUB-GRACE03S	2011	160	S(Grace)	Jäggi et al, 2011	<a href="#">zip</a>
GO_CONS_GCF_2_DIR_R2	2011	240	S(Goce)	Bruinsma et al, 2010	<a href="#">zip</a>
GO_CONS_GCF_2_TIM_R2	2011	250	S(Goce)	Pail et al, 2011	<a href="#">zip</a>
GO_CONS_GCF_2_SPW_R2	2011	240	S(Goce)	Migliaccio et al, 2011	<a href="#">zip</a>
GO_CONS_GCF_2_DIR_R1	2010	240	S(Goce)	Bruinsma et al, 2010	<a href="#">zip</a>
GO_CONS_GCF_2_TIM_R1	2010	224	S(Goce)	Pail et al, 2010a	<a href="#">zip</a>
GO_CONS_GCF_2_SPW_R1	2010	210	S(Goce)	Migliaccio et al, 2010	<a href="#">zip</a>
GOCO01S	2010	224	S(Goce,Grace)	Pail et al, 2010b	<a href="#">zip</a>
EIGEN-51C	2010	359	S(Grace,Champ),G,A	Bruinsma et al, 2010	<a href="#">zip</a>
AIUB-CHAMP03S	2010	100	S(Champ)	Prange et al, 2010	<a href="#">zip</a>
EIGEN-CHAMP05S	2010	150	S(Champ)	Flechtner et al, 2010	<a href="#">zip</a>
ITG-Grace2010s	2010	180	S(Grace)	Mayer-Gürr et al, 2010	<a href="#">zip</a>
AIUB-GRACE02S	2009	150	S(Grace)	Jäggi et al, 2009	<a href="#">zip</a>

3.10 pav. Pasauliniai sunkio lauko modeliai

Fig. 3.10. Global gravity field models

Pasauliniai sunkio lauko modeliai sudaromi pagal palydovų, palydovinės altimetrijos, gravimetrinių matavimų duomenis. Šiais laikais pasauliniai sunkio lauko modeliai, daugiausiai gauti iš palydovinių matavimų, tampa vis tikslesni ir detalesni.

Šie modeliai turi būti įvertinti, jie naudojami kartu su kitais duomenimis (GPS, niveliacija, altimetriniais geoido aukščiais, sunkio anomalijomis). Sunkio lauko elementai:

- aukščio anomalija,
- geoidas,
- sunkio anomalija (klasikinė laisvame ore, Bouguer anomalija),
- sunkio trikdymai,
- sunkis (žemės paviršiuje, elipsoido paviršiuje arba virš jo),
- traukos jėga (elipsoido paviršiuje arba virš jo),
- antros eilės išvestinės (elipsoido paviršiuje arba virš jo)

turi būti skaičiuojami kuo tiksliau.

```

File Edit View Help

begin_of_head =====
product_type      gravity_field
modelName         EIGEN-6S
earth_gravity_constant  0.3986004415E+15
radius           0.6378136460E+07
max_degree       240
tide_system      tide_free
errors           formal
norm            fully_normalized

key  L  M  C          S      sigma C  sigma S  t0[yyyymmdd]
      period[y]
end_of_head =====
gfc  0  0  1.0000000000e+00 0.0000000000e+00 0.0000e+00 0.0000e+00
gfc  1  0  0.0000000000e+00 0.0000000000e+00 0.0000e+00 0.0000e+00
gfc  2  0 -4.84165299820e-04 0.0000000000e+00 1.9551e-13 0.0000e+00 20050101
trnd  2  0 -1.26059939709e-11 0.0000000000e+00 3.2397e-14 0.0000e+00
acos  2  0  4.10019292536e-11 0.0000000000e+00 1.8982e-13 0.0000e+00 1.0
asin  2  0  5.32367408468e-11 0.0000000000e+00 1.9687e-13 0.0000e+00 1.0
acos  2  0  3.33920225943e-11 0.0000000000e+00 1.8895e-13 0.0000e+00 0.5
asin  2  0 -2.44369818145e-11 0.0000000000e+00 1.9226e-13 0.0000e+00 0.5
gfc  3  0  9.57211326674e-07 0.0000000000e+00 1.6633e-13 0.0000e+00 20050101

```

3.11 pav. Pasaulinio sunkio lauko modelio EIGEN-6S ištrauka

Fig. 3.11. A piece of EIGEN-6S global gravity field model

```

eigen-6s-214356.gdf - Užrašinė
-----
Failas Redagavimas Formatas Bodymas Žinyras

product_type      gravity_field
body             earth
modelName         eigen-6s
max_used_degree   240
tide_system      tide_free
functional        gravity_anomaly_bg
zero_degree_term included
unit             mgal
crust_density     2670.0 kg/m**3
water_density     1025.0 kg/m**3
refsysname        GRS80
omrefpot         3.986005000000E+14 m**3/s**2
radiusrefpot     6378137.000 m
flatrefpot       3.352810681183638E-03 (1/298.25722210088)
omegarefpot      7.29211500000E-05 1/s
normal_potential 6.263686085004611E+07 m**2/s**2
long_lat_unit     degree
latlimit_north    57.000000000000
latlimit_south    53.000000000000
longlimit_west    21.500000000000
longlimit_east    26.500000000000
gridstep         0.100000000000
latitude_parallels 41
longitude_parallels 51
number_of_gridpoints 2091
gapvalue         999.0000
weighted_mean    -1.1697044E+01 mgal
maxvalue         6.7935804E+00 mgal
minvalue         -3.0100140E+01 mgal
signal_wrms      8.4575320E+00 mgal
grid_format      long_lat_value

longitude         latitude         gravity_anomaly_bg
[deg.]            [deg.]            [mgal]
end_of_head =====
21.5000          57.0000          -11.097182405360
21.6000          57.0000          -11.070530296565
21.7000          57.0000          -10.958186185775
21.8000          57.0000          -10.771236663358
21.9000          57.0000          -10.525104404667
22.0000          57.0000          -10.239067146237
22.1000          57.0000          -9.935573506708

```

3.12 pav. Sunkio anomalijų tinklelio, sudaryto iš pasaulinio sunkio lauko modelio EIGEN-6S, ištrauka

Fig. 3.12. A piece of gravity anomaly grid, made of EIGEN-6S global gravity field model

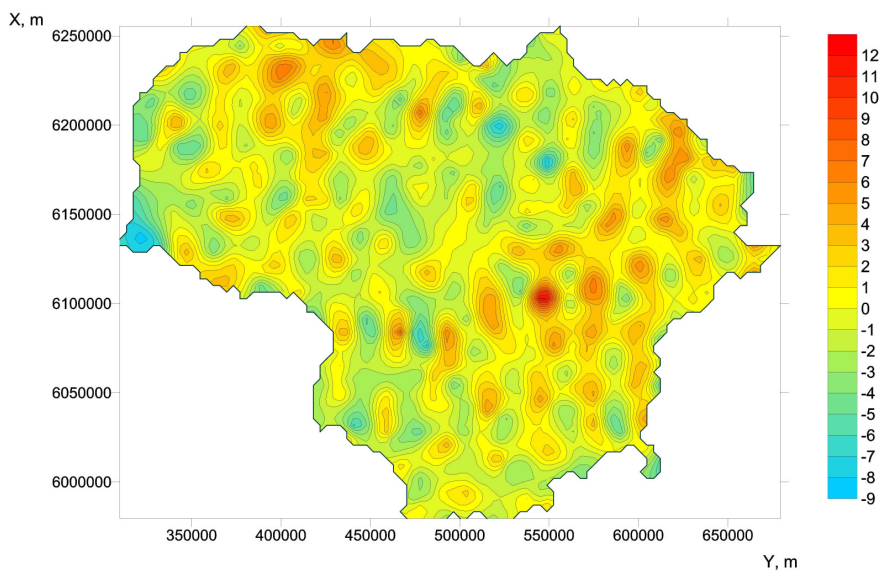
Naudojant programinę įrangą, pasirinktasis modelis (3.11 pav.) konverguojamas į grid failą (3.12 pav.), kurio pagalba gali būti vizualizuojamas anomalijų modelis.

Minėtame duomenų rinkinyje pateikiama visa informacija apie naudotus sunkio lauko parametrus.

Atliktas geopotencialo modelių EIGEN-6S, kuris sudarytas naudojant tik palydovinius duomenis, ir EIGEN-6C, sudaryto papildomai naudojant gravimetrinių ir altimetrinių duomenų rinkinius (Förste *et al.* 2011), įvertinimas Lietuvos teritorijoje, tiriant Bouguer anomalijas.

Sunkio anomalijų tinklelis sudarytas pasirinktu žingsniu, šiuo atveju kas 0,1 laipsnio dalį. Bouguer anomalijos nustatytos kiekviename taške.

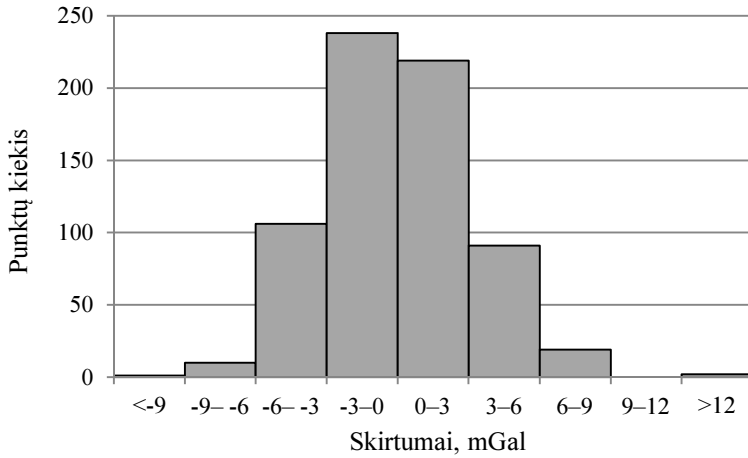
Naudojant abu geopotencialo modelius, nustatytos Bouguer anomalijų reikšmės Lietuvos gravimetrinio tinklo 686 punktuose. 3.13 paveiksle pateikiamas grafinis vaizdas gautų skirtumų tarp Bouguer anomalijų, nustatytų gravimetriniais matavimais ir išskaičiuotų iš geopotencialo modelio EIGEN-6C.



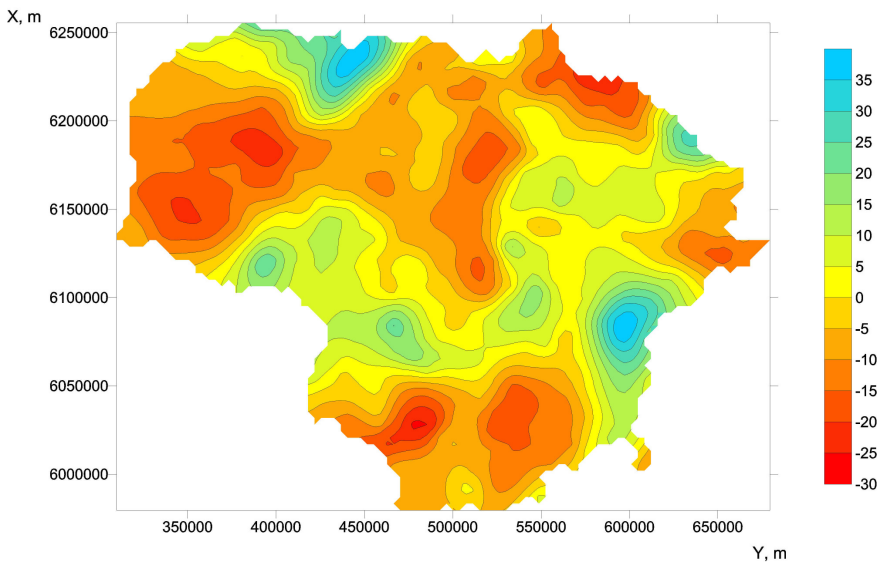
**3.13 pav.** Bouguer anomalijų skirtumai, mGal (EIGEN-6C)

**Fig. 3.13.** Bouguer anomalies differences, mGal (EIGEN-6C)

3.14 paveiksle pateikiamas gautų anomalijų skirtumų pasiskirstymas.



**3.14 pav.** Anomalijų skirtumų pasiskirstymas (EIGEN-6C)  
**Fig. 3.14.** Distribution of anomalies' differences (EIGEN-6C)



**3.15 pav.** Sunkio anomalijų skirtumai, lyginant tik su palydovų duomenimis (EIGEN-6S)  
**Fig. 3.15.** Gravity anomalies differences, according to satellite data only (EIGEN-6S)

Kaip matyti iš histogramos, skirtumų intervalas yra nuo  $-9,6$  mGal iki  $+12,9$  mGal, tačiau daugiausia skirtumai yra intervale  $-3$  iki  $+3$  mGal.

3.15 paveiksle pateiktas anomalijų skirtumų grafinis vaizdas, gautas lyginant anomalijas su iš EIGEN-6S modelio nustatytomis anomalijomis.

Šiuo atveju gauti skirtumai yra dideli ir svyruoja nuo  $-26,4$  mGal iki  $+39,4$  mGal.

Tai leidžia daryti išvadą, kad geopotencialo modelio, sudaryto tik iš kosminės geodezijos metodais gautų duomenų (EIGEN-6S), nepakanka tikslesniam vietinio realaus sunkio lauko vertinimui ir anomalijų nustatymui.

### 3.7. Trečiojo skyriaus išvados

1. Panaudojant antrajame skyriuje pateikiamą sunkio pagreičio redukavimo metodiką ir Lietuvos gravimetrinio tinklo punktų duomenis, atliktas Lietuvos teritorijos gravimetrinio Bouguer anomalijų 1:200 000 mastelio žemėlapio tikslumo įvertinimas. Gauta, kad sunkio pagreičio, nustatyto pagal gravimetrinį žemėlapi, vidutinė kvadratinė paklaida yra  $0,7$  mGal. Todėl galima teigti, kad sunkio pagreitis, atliekant gravimetrinę nuotrauką gravimetriniam žemėlapiui sudaryti, buvo nustatomas mažesniu tikslumu nei  $0,2$ – $0,4$  mGal, kuris nurodomas gravimetriniuose žemėlapiuose, taip pat žemėlapyje pateikiamų Bouguer anomalijų tikslumas mažesnis už  $0,8$  mGal.

2. Nustatyta, kad vidutinė skirtumo tarp žemėlapyje taikytos Potsdamo sunkio sistemos ir dabar taikomos LSS07 sistemos, apibrėžtos atlikus absoliutinius sunkio matavimus, reikšmė yra  $13,93$  mGal. Tokiu būdu Lietuvos teritorijai  $70$   $\mu$ Gal patikslinta vidutinė skirtumo tarp sunkio sistemų reikšmė.

3. Sudarytas sunkio pagreičio reikšmių, nustatytų pagal gravimetrinį žemėlapi ir gautų atlikus gravimetrinius matavimus, skirtumų skaitmeninis modelis, kurį galima panaudoti žemėlapio sistemingsioms paklaidoms sumažinti. Atlikti tyrimai rodo, kad naudojant skirtumų skaitmeninį modelį, pagal žemėlapi gautam sunkio reikšmių tikslumą galima padidinti iki  $0,5$  mGal ( $1,4$  karto).

4. Panaudojant išnagrinėtą sunkio pagreičio redukavimo ir anomalijų skaičiavimo metodiką bei sudarytą skaitmeninį sunkio skirtumų ir Lietuvos teritorijos reljefo modelį, atliktas Lietuvos teritorijos gravimetrinių duomenų kvazigeoidui nustatyti patikslinimas (apie  $10\,000$  punktų).

5. Remiantis išnagrinėta sunkio lauko ekvipotencialinių paviršių antilygiagretumo įvertinimo metodika, nustatyta, kad, skaičiuojant normalines pataisas tik pagal gravimetrinio žemėlapi duomenis, jų paklaidos siekia iki  $0,04$  mm, o naudojant ir skaitmeninio sunkio skirtumų modelio pataisas, jos sumažėja iki  $0,03$  mm.

6. Įvertintas geopotencialo modelių EIGEN-6S ir EIGEN-6C Lietuvos teritorijoje tikslumas, lyginant Bouguer anomalijas. Gauta, kad mišraus modelio didžiausias skirtumų išsibarstymas yra intervale  $-3$  iki  $+3$  mGal, tačiau modelio, sudaryto tik iš kosminės geodezijos metodais gautų duomenų, tikslumo nepakanka sunkio lauko detalesniam vertinimui.





---

## Bendrosios išvados

Remiantis darbe atliktais tyrimais, gautos šios apibendrintos išvados:

1. Remiantis potencialo teorija, išnagrinėtas normalinių sunkio laukų nevienalytiškumas, įvertinant jėgų linijų kreivumą ir ekvipotencialinių paviršių anti-lygiagretumą. Parengta patobulinta sunkio redukavimo ir sunkio anomalijų, išreiškiančių anomalinio sunkio lauko nevienalytiškumą, nustatymo metodika, įvertinant normalinių laukų, Žemės plutos tankio bei sunkio, koordinačių ir aukščių sistemų pasikeitimus.

2. Atlikti automatinių kvarcinių gravimetrų Scintrex CG-5 kalibravimo koeficientų tyrimai rodo, kad didžiausias koeficiento nuokrypis nuo vieneto siekia iki 0,013. Koeficientų reikšmės per penkių metų laikotarpį turėjo tendenciją mažėti. Didžiausias kalibravimo koeficiento reikšmių kitimo diapazonas – 0,000632. Kalibravimo koeficientų kitimo greitis, gravimetrinių matavimų sezono metu turi tendenciją didėti, laikotarpiuose tarp matavimų – mažėti, todėl gravimetrų kalibravimą tikslinga atlikti prieš pat matavimų sezoną ir jį baigus, o kalibravimo koeficientų reikšmes tikslinga interpoliuoti matavimų laikui.

3. Analizuojant matavimų duomenis nustatyta, kad gravimetrų Scintrex CG-5 valandinės nulio slinkties svyravimas matavimų metu daugeliu atvejų neviršija 10  $\mu$ Gal. Palyginimui gravimetrų LaCoste & Romberg, turinčių metalinę tampriąją sistemą, valandinės nulio slinkties svyravimo diapazonas didesnis ir siekia 25  $\mu$ Gal.

4. Pasiūlyta matavimų kvarciniais automatiniais gravimetrais metodika, kuri, matuojant dviem gravimetrais, leidžia nustatyti gravimetrinio tinklo punktuose sunkio pagreitį su vidutine kvadratine paklaida neviršijančia  $10 \mu\text{Gal}$ .

5. Parengta trikdymo potencialo poveikio sunkio lauko elementams, susietiams su geodeziniais matavimais, įvertinimo metodika. Ištirtas vienalyčio kūno, turinčio stačiakampio gretasienio formą, poveikis. Išvestos formulės ne tik sunkio pagreičio pokyčiui, bet taip pat vertikalės nuokrypio dedamosioms dienovidinyje ir pirmajame vertikale. Siūloma metodika parengta naudojant stačiakampę koordinatų sistemą vietoje cilindrinės koordinatų sistemos, geodezijoje taikomos panašioms uždaviniams spręsti. Formulė sunkio pagreičio pokyčiui nustatyti sutampa su formule, kurią gauna kiti autoriai sprenddami tiesioginį geofizinį uždavinį.

6. Panaudojant antrajame skyriuje pateikiamą sunkio pagreičio redukavimo metodiką ir gravimetrinio tinklo punktų sunkio pagreičio reikšmes, atliktas Lietuvos teritorijos gravimetrinio Bouguer anomalijų 1:200 000 mastelio žemėlapio tikslumo įvertinimas. Gauta, kad sunkio pagreičio, nustatyto pagal gravimetrinį žemėlapi, vidutinė kvadratinė paklaida  $0,7 \text{ mGal}$ . Todėl galima teigti, kad sunkio pagreitis, atliekant gravimetrinę nuotrauką gravimetriniam žemėlapiui sudaryti, buvo nustatomas mažesniu tikslumu nei  $0,2\text{--}0,4 \text{ mGal}$ , kuris nurodomas gravimetriniuose žemėlapiuose.

7. Sudarytas sunkio pagreičio reikšmių, nustatytų pagal gravimetrinį žemėlapi ir gautų atlikus gravimetrinius matavimus, skirtumų skaitmeninis modelis, kurį galima panaudoti žemėlapio sistemingosioms paklaidoms sumažinti. Atlikti tyrimai rodo, kad naudojant skirtumų skaitmeninį modelį, pagal žemėlapi gautam sunkio reikšmių tikslumas padidėja iki  $0,5 \text{ mGal}$  ( $1,4$  karto).

8. Nustatyta, kad vidutinė skirtumo tarp žemėlapyje taikytos Potsdamo sunkio sistemos ir dabar taikomos LSS07 sistemos, apibrėžtos atlikus absoliutinius sunkio matavimus, reikšmė yra  $13,93 \text{ mGal}$ . Tokiu būdu Lietuvos teritorijai  $70 \mu\text{Gal}$  patikslinta rekomenduojama  $14,00 \text{ mGal}$  vidutinio skirtumo tarp sunkio sistemų reikšmė.

9. Parengtos sunkio pagreičio redukavimo ir anomalijų skaičiavimo metodikos bei sudaryto skaitmeninio sunkio skirtumų ir Lietuvos teritorijos reljefo modelių panaudojimas sudarė galimybę Lietuvos teritorijos kvazigeoidui patikslinti.

10. Remiantis išnagrinėta sunkio lauko ekvipotencialinių paviršių antilygiagretumo įvertinimo metodika, nustatyta, kad skaičiuojant normalines pataisas tik pagal gravimetrinio žemėlapi duomenis, jų paklaidos siekia iki  $0,04 \text{ mm}$ , o, naudojant ir skaitmeninio sunkio skirtumų modelio pataisas, jos sumažėja iki  $0,03 \text{ mm}$ .

11. Įvertintas geopotencialo modelių EIGEN-6Sir EIGEN-6C Lietuvos teritorijoje tikslumas, lyginant Bouguer anomalijas. Gauta, kad mišraus modelio didžiausias skirtumų išsibarstymas yra nuo  $-3$  iki  $+3$  mGal, tačiau modelio, sudaryto tik iš kosminės geodezijos metodais gautų duomenų, tikslumo nepakanka detalesniam sunkio lauko vertinimui.



---

## Literatūra ir šaltiniai

Abele, M.; Balodis, J.; Janpaule, I.; Lasmane, I.; Rubans, A.; Zariņš, A. 2012. Digital zenith camera for vertical deflection determination. *Geodesy and Cartography*, 38(4), 123–129. doi:10.3846/20296991.2012.755324

Amalvict, M.; Hinderer, J.; Mäkinen, J.; Rosat, S.; Rogister, Y. 2004. Long-term and seasonal gravity changes at the Strasbourg station and their relation to crustal deformation and hydrology. *Journal of Geodynamics*, 38(3–5), 343–353. doi:10.1016/j.jog.2004.07.010

Amos, M. J.; Featherstone, W. E. 2003. Comparisons of recent global geopotential models with terrestrial gravity field data over New Zealand and Australia. *Geomatics Research Australasia*, 1–19.

Ander, M. E. 2002. Gravity Error Budgets in Exploration Geophysics. In *SEG Workshop on “Errors in Gravity Data”*, Salt Lake City. 1–5.

Arnet, F. 1993. Crustal Deformation Studies in the Yellowstone National Park. 67 p.

Ballu, V.; Ammann, J.; Pot, O.; Viron, O.; Sasagawa, G. S.; Reverdin, G.; Diament, M. 2008. A seafloor experiment to monitor vertical deformation at the Lucky Strike volcano, Mid-Atlantic Ridge. *Journal of Geodesy*, 83(2), 147–159. doi:10.1007/s00190-008-0248-3

Boedecker, G. 2002. World gravity standards – present status and future challenges. *Metrologia*, 39, 429–433.

Boyarsky, E. A.; Afanasyeva, L. V.; Koneshov, V. N.; Rozhkov, Y. E. 2010. On calculation of the vertical deflection and the geoid undulation from gravity anomalies. *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*, 46(6), 538–543. doi:10.1134/S106935131006008X

Bott, M. H. P. 1973. Inverse methods in the interpretation of magnetic and gravity anomalies. *Geophysics*, 13, 133–162.

Bouman, J. 2011. Relation between geoidal undulation, deflection of the vertical and vertical gravity gradient revisited. *Journal of Geodesy*, 86(4), 287–304. doi:10.1007/s00190-011-0520-9

Brockmann, E.; Ineichen, D.; Kistler, M.; Marti, U.; Schaer, S.; Schlatter, A.; Wild, U. 2011. National Report of Switzerland: Geodetic activities at swisstopo presented to the EUREF2011 Symposium. 1–7.

Bulanzhe, Y. D. 1988. Precision measurement of the acceleration due to gravity. General Aspects of Metrology and Measurement Engineering, 91–95.

Chambers, D. P.; Schröter, J. 2011. Measuring ocean mass variability from satellite gravimetry. *Journal of Geodynamics*, 52(5), 333–343. doi:10.1016/j.jog.2011.04.004

Christiansen, L.; Lund, S.; Andersen, O. B.; Binning, P. J.; Rosbjerg, D.; Bauer-Gottwein, P. 2011. Measuring gravity change caused by water storage variations: Performance assessment under controlled conditions. *Journal of Hydrology*, 402(1–2), 60–70. doi:10.1016/j.jhydrol.2011.03.004

Dadzie, I.; Li, J.; Chu, Y. 2008. Prediction of gravity anomalies over the South China and Philippine Seas from multi-satellite altimeter sea surface heights. *Geo-Spatial Information Science*, 11(3), 174–179. doi:10.1007/s11806-008-0086-8

Debeglia, N.; Dupont, F. 2002. Some critical factors for engineering and environmental micro-gravity investigations. *Journal of Applied Geophysics*, 50(4), 435–454. doi:10.1016/S0926-9851(02)00194-5

*Dėl Lietuvos valstybinės aukščių sistemos ir Lietuvos valstybinės sunkio sistemos*. 2014. Prieiga per internetą: <https://www.e-tar.lt>.

Denker, H.; Barriot, J.-P.; Barzaghi, R.; Fairhead, D.; Forsberg, R.; Ihde, J.; Tziavos, I. N. 2008. The Development of the European Gravimetric Geoid Model EGG07. *International Association of Geodesy Symposia*, 133(2), 177–185.

Ellmann, A. 2010. Considerations on the further improvements of regional geoid modeling over the Baltic countries. *Geodesy and Cartography*, 36(1), 5–15. doi:10.3846/gc.2010.01

Ellmann, A.; Jürgenson, H. 2008. Evaluation of a grace-based combined geopotential model over the Baltic countries. *Geodesy and Cartography*, 34(2), 35–44. doi:10.3846/1392-1541.2008.34.35-44

Erol, B.; Sideris, M. G.; Celik, R. N. 2009. Comparison of Global Geopotential Models from the CHAMP and GRACE missions for Regional Geoid Modelling in Turkey. *Studia Geophysica et Geodaetica*, 53, 419–441.

Eshagh, M.; Sjöberg, L. E. 2009. Topographic and atmospheric effects on goce gradiometric data in a local north-oriented frame: A case study in Fennoscandia and Iran. *Studia Geophysica et Geodaetica*, 53(1), 61–80. doi:10.1007/s11200-009-0004-z

Falk, R.; Muller, J.; Lux, N.; Wilmes, H.; Wziontek, H. 2012. Precise Gravimetric Surveys with the Field Absolute Gravimeter A-10. In S. Kenyon, M. C. Pacino, & U. Marti (Eds.), *Geodesy for Planet Earth, International Association of Geodesy Symposia* Vol. 136, 273–279. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. doi:10.1007/978-3-642-20338-1

Farahani, H. H.; Ditmar, P.; Klees, R. 2013. Assessment of the added value of data from the GOCE satellite mission to time-varying gravity field modelling. *Journal of Geodesy*, 88(2), 157–178. doi:10.1007/s00190-013-0674-8

Farahani, H. H.; Ditmar, P.; Klees, R.; Liu, X.; Zhao, Q.; Guo, J. 2013. The static gravity field model DGM-1S from GRACE and GOCE data: computation, validation and an analysis of GOCE mission's added value. *Journal of Geodesy*, 87(9), 843–867. doi:10.1007/s00190-013-0650-3

Forsberg, R. 1984. A study of terrain reductions, density anomalies and geophysical inversion methods in gravity field modelling. 129 p.

Förste, C.; Bruinsma, S.; Shako, R.; Marty, J.; Abrikosov, O.; Dahle, C.; Balmino, G. 2011. EIGEN-6 A new combined global gravity field model including GOCE data from the collaboration of GFZ-Potsdam and GRGS- Toulouse. In *EGU General Assembly 2011*, 3–8 April 2011, Vienna, Austria. 1–25.

Francis, O.; Baumann, H.; Volarik, T.; Rothleitner, C.; Klein, G.; Seil, M.; Billson, R. 2013. The European Comparison of Absolute Gravimeters 2011 (ECAG-2011) in Walferdange, Luxembourg: results and recommendations. *Metrologia*, 50(3), 257–268. doi:10.1088/0026-1394/50/3/257

Francis, O.; van Dam, T.; Germak, A.; Amalvict, M.; Bayer, R.; Bilker-Koivula, M.; Xing, L. 2010. Results of the European Comparison of Absolute Gravimeters in Walferdange (Luxembourg) of November 2007. *Gravity, Geoid and Earth Observation, International Association of Geodesy Symposium*, 135, 31–35. doi:10.1007/978-3-642-10634-7

Gailiusis, B.; Kriauciūnienė, J.; Ušpuras, E.; Kaliačka, A.; Vileiniškis, V. 2006. Kauno HE tvenkinio hidrodinaminio modelio kalibravimas remiantis neapibrėžtumo analize. *Energetika*, (4), 37–44.

*Geodesy Information System GeodIS*. [interaktyvus] 2011. [žiūrėta 2011 m. lapkričio 10 d.] Prieiga per internetą: <http://geodis.dgfi.badw.de/index.php?id=71>

Groten, E. 2004. Fundamental Parameters and Current (2004) Best Estimates of the Parameters of Common Relevance to Astronomy, Geodesy, and Geodynamics. *Journal of Geodesy* Vol. 77, 724–731. doi:10.1007/s00190-003-0373-y

Harnisch, G.; Harnisch, M. 2006. Hydrological influences in long gravimetric data series. *Journal of Geodynamics*, 41, 276–287. doi:10.1016/j.jog.2005.08.018

Hirt, C. 2003. The Digital Zenith Camera TZK2-D – A Modern High-Precision Geodetic Instrument for Automatic Geographic Positioning in Real-Time. In *Astronomical Data Analysis Software and Systems XII, ASP Conference Series*, Vol. 295, 156–159.

Hirt, C.; Kuhn, M.; Featherstone, W. E.; Göttl, F. 2012. Topographic/isostatic evaluation of new-generation GOCE gravity field models. *Journal of Geophysical Research*, 117(B5), B05407. doi:10.1029/2011JB008878

Hirt, C.; Seeber, G. 2008. Accuracy analysis of vertical deflection data observed with the Hannover Digital Zenith Camera System TZK2-D. *Journal of Geodesy*, 82(6), 347–356. doi:10.1007/s00190-007-0184-7

Imanishi, Y.; Kokubo, K.; Tatehata, H. 2006. Effect of underground water on gravity observation at Matsushiro, Japan. *Journal of Geodynamics*, 41(1-3), 221–226. doi:10.1016/j.jog.2005.08.031

Janak, J.; Vaniček, P. 2005. Mean free-air gravity anomalies in the mountains. *Studia Geophysica et Geodaetica*, 49, 31–42.

Jiang, Z.; Pálinská, V.; Arias, F. E.; Liard, J.; Merlet, S.; Wilmes, H.; Robinson, I. 2012. The 8th International Comparison of Absolute Gravimeters 2009: the first Key Comparison (CCM.G-K1) in the field of absolute gravimetry. *Metrologia*, 49(6), 666–684. doi:10.1088/0026-1394/49/6/666

- Jiang, Z.; Pálinkáš, V.; Francis, O.; Jousset, P.; Mäkinen, J.; Merlet, S.; Lequin, D. 2012. Relative Gravity Measurement Campaign during the 8th International Comparison of Absolute Gravimeters (2009). *Metrologia*, 49(1), 95–107. doi:10.1088/0026-1394/49/1/014
- Kiamehr, R.; Eshagh, M. 2008. EGMlab, a scientific software for determining the gravity and gradient components from global geopotential models. *Earth Science Informatics*, 1(2), 93–103. doi:10.1007/s12145-008-0013-4
- Klees, R.; Prutkin, I. 2010. The combination of GNSS-levelling data and gravimetric (quasi-) geoid heights in the presence of noise. *Journal of Geodesy*, 84(12), 731–749. doi:10.1007/s00190-010-0406-2
- Koler, B.; Jakljič, S.; Breznikar, A. 2009. Analysis of different height systems along the sava river. *Geodesy and Cartography*, 35(3), 92–98. doi:10.3846/1392-1541.2009.35.92-98
- Krynski, J. 2011. Polish National Report on geodesy 2007–2010. International Union Of Geodesy And Geophysics: Melbourne, Australia, 28 June–7 July, 2011.
- Krynski, J. 2012. Gravimetry for geodesy and geodynamics – brief historical review. *Reports on Geodesy*, 92(1), 69–86.
- Krynski, J.; Kloch-Glowka, G. 2009. Evaluation of the Performance of the New EGM2008 Global Geopotential Model over Poland. *Geoinformation Issues*, 1(1), 7–17.
- Kruonio HAE [interaktyvus] 2013. [žiūrėta 2013 m. gruodžio 13 d.] Prieiga per internetą: <http://www.kruoniohae.lt/lt/main/activity>
- Lederer, M. 2009. Accuracy of the relative gravity measurement. *Acta Geodyn. Geomater.*, 6(3(155)), 383–390.
- Li, J. 2005. Integral formulas for computing the disturbing potential, gravity anomaly and the deflection of the vertical from the second-order radial gradient of the disturbing potential. *Journal of Geodesy*, 79(1–3), 64–70. doi:10.1007/s00190-005-0443-4
- Liker, M.; Lučić, M.; Barišić, B.; Repanic, M.; Grgić, I.; Bašić, T. 2010. Analysis of Recent Global Geopotential Models Over the Croatian Territory. Gravity, Geoid and Earth Observation, International Association of Geodesy Symposia, 135, 283–288. doi:10.1007/978-3-642-10634-7
- Lyszkowicz, A. 2002. Modern height determination techniques. *Geodezija ir Kartografija / Geodesy and Cartography*, XXVIII(3), 95–98.
- Mäkinen, J.; Petroškevičius, P. 2003. Lietuvoje atliktų absoliutinių sunkio matavimų analizė. *Geodesy and Cartography*, XXIX(4), 99–105.
- Mäkinen, J.; Petroškevičius, P.; Kazakevičius, S.; Stepanovienė, J. 1995. Lietuvos valstybinio gravimetrinio nulinės klasės tinklo sudarymas. *Geodezija ir Kartografija*, 2(22), 3–21.
- Mathisen, O. 1969. Determination of deflection of vertical with a small instrument. *Bulletin Géo-désique*, 93(1), 283–286. doi:10.1007/BF02521872
- Melchior, P. 2000. Gravimetric measuring techniques. In Encyclopedia of Life Support Systems (EOLSS) - Physical methods, instruments and measurements, Vol. II.
- Micro-g LaCoste. [interaktyvus] 2012. [žiūrėta 2012 m. rugsėjo 18 d.]. Prieiga per internetą: [www.microglacoste.com/a10.php](http://www.microglacoste.com/a10.php)
- Moritz, H. 1980. *Geodetic Reference System 1980*, 395–405.



- Najafi-Alamdary, M.; Ardalan, A. a.; Emadi, S.-R. 2012. Ellipsoidal Neumann geodetic boundary-values problem based on surface gravity disturbances: case study of Iran. *Studia Geophysica et Geodaetica*, 56(2012). doi:10.1007/s11200-010-0098-3
- Navarro, I.; Acoleyen, K. Van. 2007.  $f(R)$  actions, cosmic acceleration and local tests of gravity. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2007(02), 022–022. doi:10.1088/1475-7516/2007/02/022
- Nowell, D. A. . 1999. Gravity terrain corrections — an overview. *Journal of Applied Geophysics*, 42(2), 117–134. doi:10.1016/S0926-9851(99)00028-2
- Nunez, M. A.; Martin, A.; Gili, J. A.; Anquela, A. B. 2008. High-precision geoid determination in small areas: a case study in Doñana National Park (Spain). *Studia Geophysica et Geodaetica*, 52, 361–380.
- Oja, T. 2012. Gravity System and Network in Estonia. Geodesy for Planet Earth, *Proceedings of the 2009 IAG Symposium*, Buenos Aires, Argentina, 31 August – 4 September 2009, 136, 315–322. doi:10.1007/978-3-642-20338-1
- Oja, T.; Nikolenko, T.; Türk, K.; Ellmann, A.; Jürgenson, H. 2010. Calibration results of different type spring gravimeters from the repeated measurements of Estonian calibration lines. *Geophysical Research Abstracts*, 12.
- Oja, T.; Türk, K.; Ellmann, A.; Gruno, A.; Bloom, A.; Sulaoja, M. 2011. Relative gravity surveys on ice-covered water bodies. In The 8th International Conference “Environmental Engineering” May 19–20, 2011, Vilnius, Lithuania Selected papers Vol.3, 1394–1401.
- Panet, I.; Flury, J.; Biancale, R.; Gruber, T.; Johannessen, J.; Broeke, M. R.; Thomas, M. 2013. Earth System Mass Transport Mission (e.motion): A Concept for Future Earth Gravity Field Measurements from Space. *Surveys in Geophysics*, 34, 141–163. doi:10.1007/s10712-012-9209-8
- Paršeliūnas, E. 2008. National report of LITHUANIA. In *NKG Working groups meeting*, April 7–10, 2008, Honefoss, Norway.
- Paršeliūnas, E. 2012. Status of the geodetic control of Lithuania and further movements. In *NKG WG's meetings*, Copenhagen, Denmark.
- Paršeliūnas, E.; Būga, A.; Marozas, L.; Petniūnas, M.; Urbanas, S. 2008. LitPOS – A part of EUPOS ®. *Geodezija Ir Kartografija / Geodesy and Cartography*, 34(2), 50–57. doi:10.3846/1392-1541.2008.34.50-57
- Paršeliūnas, E.; Petroškevičius, P. 2007. Quality of Lithuanian National Gravimetric Network. Harita Dergisi: *Proceedings of the 1st International Symposium of the International Gravity Field Service*. Ankara : Harita Genel Komutanlığı, (18), 388–392.
- Paršeliūnas, E.; Petroškevičius, P.; Obuchovski, R. 2008. Analysis Of Gravimetric Observations Made By Scintrex CG-5. In *the 7th International Conference “Environmental Engineering”*, May 22–23, 2008, Vilnius, 1422–1428.
- Pekarskas, V. 2000. *Diferencialinis ir integralinis skaičiavimas*, 1 dalis. Kaunas: Technologija. 385 p.
- Petroškevičius, P. 1995. Gravimetrinės medžiagos Lietuvos teritorijos geoidui nustatyti parengimas. *Geodesy and Cartography*, 2(22), 30–44.
- Petroškevičius, P. 2000a. Aerogravimetrinės nuotraukos ypatumai. *Aviacija*, 5, 79–83.
- Petroškevičius, P. 2000b. Sunkio anomalijų ir pagreičio redukavimas. *Geodesy and Cartography*, XXVI(4), 167–170.

Petroškevičius, P. 2000c. Žemės normaliojo sunkio lauko analizė. *Geodesy and Cartography*, XXVI(3), 99–104.

Petroškevičius, P. 2004a. Dinaminio metodo lygtys, kai palydovo orbita artima parabolei. *Geodezija Ir Kartografija / Geodesy and Cartography*, XXX(1), 3–8.

Petroškevičius, P. 2004b. *Gravitacijos lauko poveikis geodeziniam matavimams*. Vilnius „Technika“. 290 p.

Petroškevičius, P.; Paršeliūnas, E. 1995. Lietuvos teritorijos geoido skaičiavimas. *Geodesy and Cartography*, 2(22), 50–58.

Petroškevičius, P.; Paršeliūnas, E. 1998. Gravitacijos lauko parametrų Lietuvoje tikslinimas. *Aviacija*, 3, 118–122.

Petroškevičius, P.; Paršeliūnas, E. 2003. Lietuvos atraminio gravimetrinio tinklo statistika. *Geodezija Ir Kartografija / Geodesy and Cartography*, XXIX(2), 31–39.

Petroškevičius, P.; Popovas, D. 2008. Dangaus kūnų poveikio sunkio laukui įvertinimas. *Geodezija Ir Kartografija / Geodesy and Cartography*, 34(1), 19–22.

Petroškevičius, P.; Popovas, D.; Krikštaponis, B.; Putrimas, R.; Obuchovski, R.; Būga, A. 2008. Estimation of gravity field non-homogeneity and variation for the vertical network observations. In *The 7th International Conference “Environmental Engineering”*: Selected papers, Vol. 2, May 22–23, 2008, Vilnius. 1439–1445. doi:10.1002/ieam.270

Petrovskaya, M. S.; Vershkov, A. N. 2011. Basic equations for constructing geopotential models from the gravitational potential derivatives of the first and second orders in the terrestrial reference frame. *Journal of Geodesy*. doi:10.1007/s00190-011-0535-2

Popovas, D. 2011a. *Dangaus kūnų įtakos geodeziniam matavimams vertinimas*. Vilniaus Gedimino technikos universitetas. Vilnius:Technika. 120 p.

Popovas, D. 2011b. Estimation of Lunisolar correction in precise levelling. In *The 8th International Conference “Environmental Engineering”*: Selected papers Vol.3. May 19–20, 2011, Vilnius, Lithuania, 1432–1435.

Rapp, R. H. 1998. Past and future developments in geopotential modeling. *Geodesy on the Move*, (1), 58–78.

Reguzzoni, M.; Sansò, F. 2011. On the combination of high-resolution and satellite-only global gravity models. *Journal of Geodesy*, 86(6), 393–408. doi:10.1007/s00190-011-0526-3

Reudink, R.; Klees, R.; Francis, O.; Kusche, J.; Schlesinger, R.; Shabanloui, A.; Sneeuw, N.; Timmen, L. 2014. High tilt susceptibility of the Scintrex CG-5 relative gravimeters. *Journal of Geodesy*. doi:10.1007/s00190-014-0705-0

Riccardi, U.; Rosat, S.; Hinderer, J. 2011. On the Accuracy of the Calibration of Superconducting Gravimeters Using Absolute and Spring Sensors: a Critical Comparison. *Pure and Applied Geophysics*, 169(8), 1343–1356. doi:10.1007/s00024-011-0398-8

Rummel, R.; Balmino, G.; Johannessen, J.; Visser, P.; Woodworth, P. 2002. Dedicated gravity field missions—principles and aims. *Journal of Geodynamics*, 33(1–2), 3–20. doi:10.1016/S0264-3707(01)00050-3

Rummel, R.; Horwath, M.; Yi, W.; Albertella, A.; Bosch, W.; Haagmans, R. 2011. GOCE, Satellite Gravimetry and Antarctic Mass Transports. *Surveys in Geophysics*, 32, 643–657. doi:10.1007/s10712-011-9115-5

Sas-Uhrynowski, A.; Mroczek, S. 2002. Establishment of Lithuanian national gravimetric first order network. *Geodezija Ir Kartografija*, Vol. XXVII(3), 75–82.

Schall, J.; Eicker, A.; Kusche, J. 2014. The ITG-Goce02 gravity field model from GOCE orbit and gradiometer data based on the short arc approach. *Journal of Geodesy*, 88(4), 403–409. doi:10.1007/s00190-014-0691-2

Scintrex Limited. *CG-5 Scintrex Autograv System Operation Manual. Part #867700 Revision 5*. [interaktyvus] 2009. [žiūrėta 2010 m. spalio 12 d.]. 312 p. Prieiga per internetą: <http://www.scintrexltd.com/documents/CG-5Rev5.pdf>

Seigel, H. O. 1995. *A guide to high precision land gravimeter surveys*. 122 p.

Sjöberg, L. E. 2001. Topographic and atmospheric corrections of gravimetric geoid determination with special emphasis on the effects of harmonics of degrees zero and one. *Journal of Geodesy*, 75, 283–290.

Skeivalas, J. 2009. Elektromagnetinių virpesių lūžio rodiklio įtaka pseudoatstumų tikslumui atliekant GPS matavimus. *Geodesy and Cartography*, 35(4), 137–139. doi:10.3846/1392-1541.2009.35.137-139

Skeivalas, J.; Petroškevičius, P.; Obuchovski, R.; Zigmantienė, E. 2008. Gravimetrinių tinklų išlyginimas, taikant skirtingus išlyginimo modelius. *Geodesy and Cartography*, 34(2), 45–49. doi:10.3846/1392-1541.2008.34.45

Snieder, R.; Trampert, J. 1999. Inverse problems in Geophysics. In A. Wirgin (Ed.), *Wavefield Inversion*. Springer Verlag, New York, 119–190.

Sun, S.; Xiang, A.; Zhu, P.; Shen, C. 2006. Gravity change and its mechanism after the first water impoundment in Three Gorges Project. *Acta Seismologica Sinica*, 19(5), 522–529. doi:10.1007/s11589-006-0505-6

*Superconducting gravity meters* [interaktyvus] 2014. [žiūrėta 2014 m. vasario 17d.]. Prieiga per internetą: <http://www.gwrinstruments.com/index.html>

Šliaupa, S.; Dėnas, Ž.; Korabliova, L. 2005. Bouguer anomalijų žemėlapių patikslinimas GIS priemonėmis. *Geodezija Ir Kartografija / Geodesy and Cartography*, XXXI(2), 41–46.

Šprlák, M.; Novák, P. 2014. Integral transformations of deflections of the vertical onto satellite-to-satellite tracking and gradiometric data. *Journal of Geodesy*, 88(7), 643–657. doi:10.1007/s00190-014-0711-2

Tamura, Y.; Sato, T.; Fukuda, Y.; Higashi, T. 2005. Scale factor calibration of a superconducting gravimeter at Esashi Station, Japan, using absolute gravity measurements. *Journal of Geodesy*, 78, 481–488. doi:10.1007/s00190-004-0415-0

Tenzer, R.; Vajda, P.; Hamayun. 2009. Global atmospheric effects on the gravity field quantities. *Contributions to Geophysics and Geodesy*, 39(3), 221–236. doi:10.2478/v10126-009-0008-2

Torge, W. 1989. *Gravimetry*. Berlin; New York: W. de Gruyter. 465 p.

Tziavos, I. N. 1987. Determination of geoidal heights and deflections of the vertical for the heli-  
lenic area using heterogeneous data. *Bulletin Géodésique (Journal of Geodesy)*, 61(2), 177–197. doi:10.1007/BF02521266

Tziavos, I. N.; Vergos, G. S.; Grigoriadis, V. N. 2009. Investigation of topographic reductions and aliasing effects on gravity and the geoid over Greece based on various digital terrain models. *Surveys in Geophysics*, 31(1), 23–67. doi:10.1007/s10712-009-9085-z

Vajda, P.; Vaníček, P.; Novák, P.; Tenzer, R.; Ellmann, A.; Meurers, B. 2010. On Ambiguities in Definitions and Applications of Bouguer Gravity Anomaly. *Gravity, Geoid and Earth Observation, International Association of Geodesy Symposia*, 135, 19–24. doi:10.1007/978-3-642-10634-7

Vaníček, P.; Tenzer, R.; Sjöberg, L. E.; Martinec, Z.; Featherstone, W. E. 2004. New views of the spherical Bouguer gravity anomaly. *Geophysical Journal International*, 159, 460–472. doi:10.1111/j.1365-246X.2004.02435.x

Vermeer, M.; Kollo, K. 2007. Geoid precision from limited-area gravimetric surveys. *Geodezija Ir Kartografija / Geodesy and Cartography*, XXXIII(1), 3–8.

Vitushkin, L. 2011. Measurement standards in gravimetry. *Gyroscopy and Navigation*, 2(3), 184–191. doi:10.1134/S2075108711030126

Warburton, R. J.; Pillai, H.; Reineman, R. C. 2010. Initial Results With The New Gwr Igravtm Superconducting Gravity Meter. In *IAG SYMPOSIUM on Terrestrial Gravimetry: Static And Mobile Measurements (TG-SMM2010)*, 22-25 June 2010, Saint Petersburg, Russia. 1–10 p.

Wilmes, H.; Richter, B.; Ihde, J. 2004. The Contribution of Gravity to the European Combined Geodetic Network ( ECGN ) (pp. 1–7).

Wilmes, H.; Wziontek, H.; Falk, R.; Ihde, J.; Bonvalot, S.; Forsberg, R.; Kenyon, S.; Vitushkin, L. 2010. Establishment of a Global Absolute Gravity Network. In *IAG SYMPOSIUM on Terrestrial Gravimetry: Static And Mobile Measurements (TG-SMM-2010)*, 22-25 June 2010, St. Petersburg, Russia. 1–18 p.

Zakarevičius, A.; Paršeliūnas, E.; Šliaupa, S.; Stanionis, A.; Stephenson, R. 2008. Horizontal Deformations of the Earth's Crust in the Baltic Region from GPS Data. In *The 7th International Conference "Environmental Engineering"*, May 22–23, 2008, Vilnius: selected papers, Vol.3, 1503–1507.

Zakarevičius, A.; Petroškevičius, P.; Kumetaitis, Z.; Paršeliūnas, E. 2004. Sustainable Development of Geodetic Networks in Lithuania. *Aplinkos Tyrimai, Inžinerija Ir Vadyba*, 1(27), 102–107.

Zakarevičius, A.; Stanionis, A.; Levinskaite, D. 2010. Lietuvos teritorijos žemės plutos deformacijų ir seismotektoninio potencialo ryšys. *Geodesy and Cartography*, 36(4), 139–145. doi:10.3846/gc.2010.22

Zakarevičius, A.; Šliaupa, S.; Anikieniene, A. 2009. Naujas Lietuvos teritorijos vertikaliųjų žemės plutos judesių žemėlapis. *Geodesy and Cartography*, 35(1), 5–13. doi:10.3846/1392-1541.2009.35.5-13

Zakarevičius, A.; Šliaupa, S.; Dėnas, Ž.; Stanionis, A.; Anikėnienė, A.; Puzienė, R. 2008. Inheritance Of The Recent Vertical Movements Of The Earth's Crust And Relationship To The Topography In Lithuania. In *The 7th International Conference "Environmental Engineering"*:selected papers, Vol.3. May 22–23, 2008, Vilnius, 1508–1513.

Zakarevičius, A.; Šliaupa, S.; Šliaupienė, R.; Stanionis, A.; Grala, M. 2010. Recent Earth's crust deformations of Lithuania derived from geodetic measurements, In *The 10th International Conference "Modern Building Materials, Structures and Techniques"*: Selected papers Vol.2. May 19-21, 2010, Vilnius, 1181–1185.

Басманов, А. В.; Попадъев, В. В.; Сермягин, Р. А. 2011. Развитие Государственной Гравиметрической Сети Вьетнама. *Геодезия И Картография*, 5, 16–19.

Вашилов, Ю. Я. 2005. Новая интерпретационная гравиметрия – вместо и вместе с глубинными сейсмическими исследованиями. *Вестник СВНЦ ДВО РАН (Геологические Науки)*, 3, 2–16.

Огородова, Л. В. 2010. *Нормальное поле и определение аномального потенциала*, Москва: МИИГАиК. 105 р.



---

## Autorės mokslinių publikacijų disertacijos tema sąrašas

### **Straipsniai recenzuojamuose mokslo žurnaluose**

Paršeliūnas, E.; Obuchovski, R.; Birvydienė, R.; Petroškevičius, P.; Zakarevičius, A.; Aksamitauskas, V. Č.; Rybokas, M. 2010. Some issues of the national gravimetric network development in Lithuania, *Journal of vibroengineering*. 12(4): 683–688. ISSN 1392–8716 (ISI Web of Science).

Petroškevičius, P.; Popovas, D.; Paršeliūnas, E.; Šlikas, D.; Obuchovski, R.; Birvydienė, R. 2014. An analysis of the equipotential surface waves of the Earth's gravity field. *Journal of Vibroengineering*, 16(5), 2139–2148. ISSN 1392–8716 (ISI Web of Science).

Paršeliūnas, E.; Petroškevičius, P.; Obuchovski, R.; Birvydienė, R. 2013. An investigation of the automatic relative gravimeters, *Mechatronic Systems and Materials V. Solid State Phenomena*. Switzerland: Trans Tech Publications Ltd., 199: 261–266. ISSN 1012–0394 (ISI Web of Science).

Birvydienė, R.; Obuchovski, R.; Paršeliūnas, E.; Petroškevičius, P.; Šlikas, D.; Viskontas, P. 2009. Lietuvos gravimetrinio tinklo charakteristikos, *Geodezija ir kartografija*. 35(4): 131–136. ISSN 1392–1541. (EBSCO; Compendex; SCOPUS; GEOPHOKA).

Birvydienė, R.; Krikštonis, B.; Obuchovski, R.; Paršeliūnas, E. K.; Petroškevičius, P.; Šlikas, D. 2010. Lietuvos teritorijos gravimetrinio žemėlapio tikslumo vertinimas, *Geodezija ir kartografija*. 36(1): 20–24. ISSN 1392–1541. (Compendex; EBSCO; Scopus; IndexCopernicus; GEOPHOKA).

Petroškevičius, P.; Birvydienė, R.; Obuchovski, R.; Paršeliūnas, E. 2011. Matavimų Scintrex CG-5 gravimetrais analizė, *Geodesy and cartography*. 37(4): 154–158. ISSN 2029–6991. (Scopus; ICONDA; GEOBASE).

**Straipsniai kituose leidiniuose**

Paršeliūnas, E.; Petroškevičius, P.; Birvydienė, R.; Obuchovski, R. 2011. Investigation of the automatic gravimeters scintrex CG-5 and analysis of gravimetric measurements, in 8th International Conference "Environmental Engineering": selected papers. Vilnius: Technika, 3: 1416–1423. ISSN 2029–7106. ISBN 978–9955–28–829–9.

Petroškevičius, P.; Birvydienė, R.; Obuchovski, R. 2014. Investigation on the determination feasibility of the non-parallelity of the gravity field equipotential surfaces, in 9th International Conference "Environmental Engineering": selected papers. Vilnius: Technika, 1–5. eISBN 978–609–457–690–4.

Birvydienė, R. 2010. Bouguer anomalijų nustatymo galimybių analizė, iš Matavimų inžinerija ir GIS: respublikinė mokslinė-praktinė konferencija: straipsnių rinkinys. Kaunas: Kauno kolegijos leidybos centras. 1: 122–125. ISSN 2029–5790.

Паршялюнас Э.; Бирвидене Р.; Петрошкявичюс П.; Аксамитаускас Ч.; Папшене Л. 2013. Анализ гравиметрических данных для уточнения квазигеоида, Инженерна геодезія. Випуск 60: 39–45. Київ.



---

# Summary in English

## Introduction

### Problem formulation

Geodetic measurements are performed within Earth gravity field, which is often supposed to be homogeneous in less precise work. However, the Earth's gravity field is not homogeneous. Gravity, on the surface of the Earth, isn't constant neither in value, nor in direction, even in a small area. Before the processing of precise data of geodetic measurements, they have to be reduced to the admitted coordinate and gravity system of the particular epoch. For this purpose, the information about the gravity field is necessary. Increasing accuracy of geodetic and gravimetric measurements, use of new methods of space geodesy and geodetic astronomy needs more detailed and more precise information about the gravity field and its variations in the course of time.

Gravimetric measurements give valuable information in the investigation of non-homogeneity of gravity field. Precise absolute ballistic gravity measurements determine the adopted gravity system, but static gravimeters are preferred for relative gravity measurements. The use of automatic quartz gravimeters gives new opportunities in gravity field exploration. Therefore, it is important to perform the detail investigations of this equipment in order to improve the methodology for measuring and handling.

In gravity research the gravity field is divided into normal gravity field, the one you can choose, and anomalous, which expresses the deviation of the normal gravity field from the real one. In geodesy it is accepted, that the Earth's ellipsoid creates the normal gravity field, but the others normal gravity fields can be used for geodetic tasks, depend-

ing on character and territory occupied by the geodetic works, as well the challenges of geodetic tasks. The geodetic and gravimetric data with different coordinate and gravity systems, coherent to various normal gravity fields are often used in geodetic works, therefore theoretical studies of non-homogeneity of normal and relevant anomalous fields, taking into account the differences between the coordinate systems and gravity, are important.

Gravity field is being changed by the various disturbing forces (attraction of celestial bodies, movements of Earth's poles, fluctuations of the ground water level, geodynamic and technogenic processes, etc.), therefore it is important to assess the impact of those forces not only to gravity, as usually done, but also to the plumbline, and gravity field elements related with.

It is necessary to develop the methodology of the research of non-homogeneity of normal and anomalous fields, including both, the deeper theoretical analysis of gravity field and its changes in time, and the gravimetric measurements by the modern instruments.

### **Relevance of the thesis**

Improved methodology of a research of non-homogeneity of gravity field and the use of the modern gravimetric equipment makes it possible to get a more accurate and detailed information about the gravity field and its changes. It is the basis for creating the up-to-date geodetic reference, as far as for development of geodetic and gravimetric networks, but also in dealing with the various tasks of geodesy: reduction of geodetic, geodetic astronomy and gravimetric measurements data, determining the shape of gravity forces, the shape of equipotential surfaces, like geoid and quasigeoid, choosing the height systems, determining the geopotential number and the heights of the Earth's surface points. Accurate information about the gravity field makes it possible to determine the normal heights by the means of space geodesy methods, without the time-consuming geometric levelling. This ensures greater accuracy of the geodetic works carried out in the unique objects (tunnels, hydrotechnical devices, elementary particle accelerator, radiotelescope and elsewhere), in the period of the construction and operations. The investigation of the non-homogeneity of the gravity field is important for geodynamical and geophysical research, as well as for mineral exploration, navigation, spacecraft's motion, metrology and other necessities. The research and evaluation of the non-homogeneity of the gravity field in territory of Lithuania is relevant to above mentioned tasks, too.

### **Research object**

The research object of the doctoral work is non-homogeneity of the gravity field. Experimental object – gravity field in territory of Lithuania.

### **Aim of the work**

To improve the methodology for the investigation of non-homogeneity of gravity field, by applying the evaluation of coordinate and gravity systems differences and the impact of disturbing potential to gravity field elements.

### **Tasks of the work**

The following tasks were investigated in order to achieve the objective of the work:

1. To work out an improved methodology of non-homogeneity of normal and anomalous gravity fields, taking into account the evaluation of curvature of the force lines and the non-parallelity of the equipotential surfaces.
2. To improve methodology of measurements with automatic quartz gravimeters.
3. To prepare the methodology for the assessment of disturbing potential impact to gravity field elements, relevant to geodetic measurements.
4. To assess the non-homogeneity of gravity field in the territory of Lithuania using the worked out methodology.

### **Research methodology**

The research methodology is based on theoretical and experimental studies of the Earth's gravity field non-homogeneity, applying the theory of potential of the normal and anomalous fields and gravimetric measurements.

### **Scientific novelty**

The doctoral dissertation work presents the acquired scientifically new results for measurement engineering:

1. An improved methodology of non-homogeneity was prepared, taking into account the evaluation of curvature of the force lines and the non-parallelity of the equipotential surfaces, the changes of normal gravity fields and density of the Earth's crust as well as changes of gravity, coordinates and heights systems.
2. An improved methodology for evaluation of the disturbing potential's impact to gravity field elements related to the geodetic measurements.
3. A methodology for the homogeneous disturbing body, having a rectangular parallelepiped shape, impact for the gravity field, based on the potential theory, was prepared. Using this, not only a gravity change, but also the components of vertical deflection in the meridian and prime vertical are acquired.
4. The model of correction of gravity acceleration for Potsdam system was proposed in accordance with the prepared methodology and the more precise values of the gravity acceleration can be determined from the gravimetric Bouguer anomalies map.

### **Practical value**

An improved methodology for assessment of non-homogeneity of gravity field and the effect of disturbing potential to gravity field elements can be applied for data reduction of geodetic, gravimetric, and geodetic astronomy measurements, determination of geopotential heights, clarification of geoid and quasigeoid shape.

### Defended propositions

1. The differences of real and normal gravity and coordinate systems should be taken into account in the methodology of the research of non-homogeneous gravity field.
2. In the methodology of the impact of disturbing potential to the gravity field, the assessment of gravity change as well as for the vertical deflection needs to be evaluated, because of the effect on the results of geodetic measurements.
3. When using the new data reducing method and the data of gravimetric measurements, performed at the points of gravimetric network, systematic errors of gravimetric map can be determined, and the connection between the gravity systems clarified.

### Approval of research findings

10 scientific articles were published on the topic of the thesis: three in scientific journals included into Thomson Reuters ISI Web of Science (Paršeliūnas *et al.* 2010, 2013; Petroškevičius, Popovas *et al.* 2014); one in ISI Proceedings (Paršeliūnas *et al.* 2011); three in other reviewed journals (Birvydienė *et al.* 2009, 2010; Petroškevičius *et al.* 2011), one in reviewed international conference proceedings (Petroškevičius, Birvydienė *et al.* 2014), two in other publication (Birvydienė 2010; Паршылюнас *et al.* 2013).

Findings of the thesis were presented in 10 scientific conferences:

- Republic conference “Civil engineering and geodesy” in Vilnius, 2010;
- Republic scientific – practical conference “Measurement engineering and GIS” in Kaunas, 2010;
- International conference “Environmental engineering” in Vilnius, 2011, 2014;
- Conference of young Lithuanian scientists “Science – the future of Lithuania” “Civil engineering and geodesy” in Vilnius, 2011–2013;
- International conference “Mechatronic Systems and Materials” in Białystok, Poland, 2012 and in Vilnius, 2013;
- International symposium “VIII Hotine Marussi Symposium” in Rome, Italy, 2013.

### The scope of the scientific work

The scientific work consists of the general characteristic of the dissertation, 3 chapters, conclusions, list of literature, list of author’s publications and addenda. The total scope of the dissertation – 141 pages, 42 pictures, 11 tables and 2 addenda.

### Acknowledgments

I would like to express my very sincere appreciation to Prof Dr Habil Petras Petroškevičius, my scientific supervisor, for his professional and scientific consultations, valuable suggestions, encouragement and every possible assistance, and patience during my doctoral studies and preparation of the dissertation.

My grateful thanks are also extended to Prof Dr Eimuntas Paršeliūnas, director of Geodetic Institute at Vilnius Gediminas Technical University, and all the colleagues for their cooperation, help and support, also to my family and friends for their support, patience and understanding during my doctoral studies.

## 1. Analysis of the gravity field research

Information about the Earth's gravity field, its non-homogeneity and variation is necessary in dealing with the various challenges of Geodesy: geodetic and gravimetric data reduction, determination of geopotential heights on the Earth's surface, the shape of equipotential surfaces, geoid and quasigeoid, selecting the height systems. The increasing accuracy of the geodetic measurements, especially an application of space-based geodetic surveying methods (e. g. for determination of normal heights), as well as for the work in large unique objects require precise detailed information about the gravity and its variation. These issues are also important for the geodynamical and geophysical research, navigation, missile and aerospace, metrology etc.

The Earth's gravity field tends to vary within the time running. These fluctuations in the gravity field are caused by various disturbing forces: the shift of Earth's inner masses, geodynamic processes, groundwater level changes, the movement of the Earth's poles, the change in Earth's rotation angular velocity, changes in position of celestial bodies and so on. Significant changes in gravity can occur due to human activities: development of the large water storages, tunnel mining, large scale mining operations, construction of large objects, etc.

Again the greater attention, because of the disturbing body's impact, is given only to the assessment of the gravity's change. However it is necessary to estimate not only the gravity change but the other elements associated with the geodetic measurements (vertical deflection, equipotential deformations).

The fact that gravity has dissimilar values and directions in different points has to be taken into account. Moreover, the surfaces of the equal gravity potential (the equipotential surfaces) have complicated shapes. So, taking the non-homogeneity of the gravity field into account, the precise measurements should be reduced to the common coordinate system, which will be used for the adjustments of the measurements. In order to estimate the non-homogeneity of the gravity field, gravimetric observations should be executed.

For the gravity control the absolute ballistic gravimetric measurements are performed. The accuracy of such measurements seeks a few  $\mu\text{Gal}$ . To densify the gravity control networks mostly precise relative gravity measurements are used. Relative gravity measurements take an important place in geophysical, geodynamical, mining exploration. The use of automatic quartz gravimeters gives new opportunities in gravity field exploration. Therefore, it is important to perform the detail investigations of this equipment in order to improve the methodology for measuring and handling. It is useful to compare these meters with ones used before.

Another problem in the research of gravity field variation is the use of different information about gravity, because it is associated with certain fundamental geodetic con-

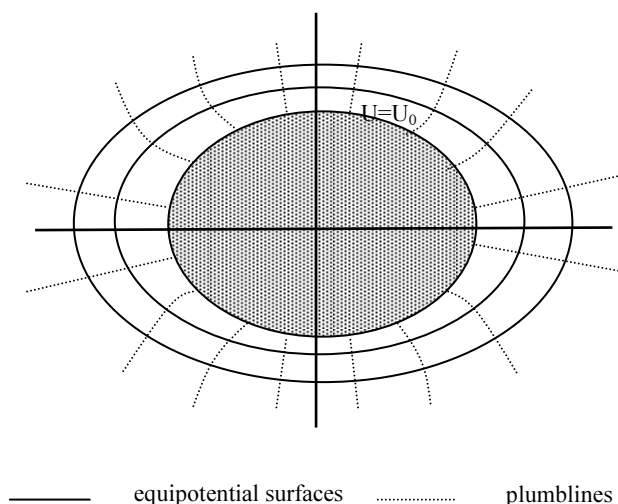
stants, the geodetic coordinates, heights, normal and real gravity and the Earth's crust density systems. Therefore, using the gravity data of different epochs requires the algorithms for reduction calculations.

The use of global gravity model can be also used for evaluation of gravity field, though the accuracy of the model should be investigated for the certain territory.

## 2. Methodology of the research of non-homogeneity of the Earth's normal and anomalous gravity field

The investigative gravity field is divided into two parts, normal and anomalous fields. Various normal gravity fields can be selected, depending on the character of the performed research, the territory occupied by the geodetic works and complexity of the tasks. A homogeneous normal gravity field can be used in a small area in precise, engineering, surveying work, who supplies the construction and operation of the various facilities. Using a homogeneous normal gravity field the topocentric horizontal cylindrical coordinate system that coincides with the start of the selected starting point can be applied. But a normal gravity field is not homogeneous; therefore, it is important to assess the non-homogeneity of the normal gravity field. The non-parallelity of the equipotential surfaces is important for the geodetic measurements.

Usually the ellipsoidal gravity field is used. Figure S1 shows the ellipsoidal normal gravity field, its equipotential surfaces and plumbines.



**Fig. S1.** The plumbines and equipotential surfaces of the ellipsoidal gravity field

Currently, in many countries, as well as in Lithuania, the GRS 80 (Geodetic Reference System 1980) normal gravity field is used. The second chapter of the dissertation presents the parameters and calculations of the gravity variation of the GRS 80.

The gravimetric observations, performed with absolute and relative gravimeters, give valuable information on detail gravitational field. This information is necessary in solving various geodetic tasks of the high precision measurements, performing investigations of a geoid and geodynamic studies, executing the resources survey and in solving various geophysical, navigational and similar tasks.

The great attention to relative quartz gravimeters is given because of their usage in development of the gravimetric network. Data of the gravimetric network measurements were used for analysis of quartz gravimeters.

For the detail investigation of the gravity the static method is used mostly, and the balance of the gravity and compensative forces are observed. The elastic systems of the gravimeters are made from a fused quartz or invar metals fusion because of a small temperature coefficient of their expansion. The hypersensitive astatic elastic systems are used because the measurements of tiny changes of gravity are measured. The characteristics of the material of the elastic system changes in time, so the readings of the gravimeters changes also, as well as the drift of readings is observed too. The drift has to be determined during measurement process, because the accuracy of the measurements depends on it. The calibration of the gravimeters is also required.

The sensing element of the Scintrex CG-5 gravity meters is based on a fused quartz elastic system, which is mounted in the two stages vacuum chamber with the temperature stabilization. That protects the sensing system from the ambient temperature changes and from variations of the atmospheric pressure. Small changes of the ambient temperature are estimated and the gravimetric observations are corrected. The sensing element is protected from the changes of the geomagnetic field. Influence of the hits and vibrations is estimated and eliminated from the readings. Instrument has the seismic filter, which eliminates the seismic noise. Gravimeter has electronic levels and inclinometers for the estimation of the small tilts during the field measurements. The gravimeter automatically calculates the Moon and Sun corrections by entering the point position and time zone.

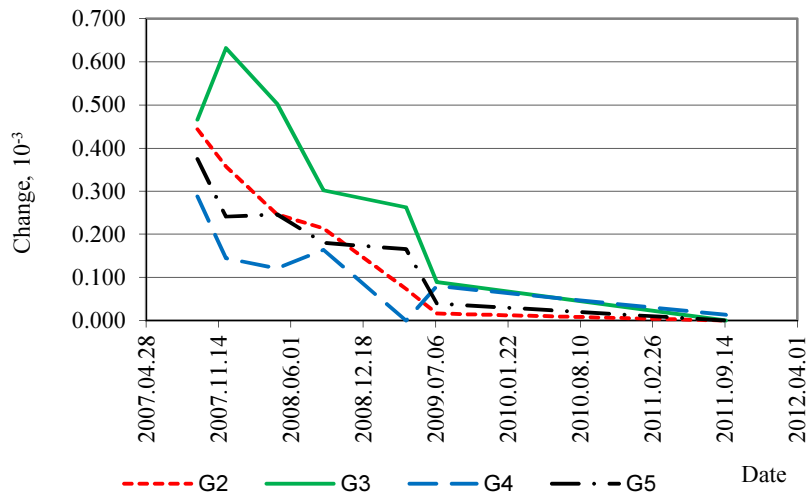
The calibration of the gravimeters Scintrex CG-5 was carried out at gravimetric baseline which is established along the meridian and includes four gravity points Eišiškės, Vilnius, Panevėžys, Saločiai. The length of the baseline is 270 km, the augmentation of the gravity at the endpoints is 201 mGal.

Totally 12 observations of the gravimetric base were carried out in 2007–2011. The mean values of gravimeters linear scale calibration coefficients and the rates of the linear scale calibration coefficients changes per month are given in the Table S1.

The diagram shows that the values of the calibration coefficients during the investigation period have the tendency to decrease. The gravimeter G3 has a biggest range of the coefficient's changes, this is  $-0.000632$ . The character of the changes of the calibration coefficients is very similar (Fig. S2).

**Table S1.** The values of the linear coefficients of the Scintrex CG-5 gravimeters

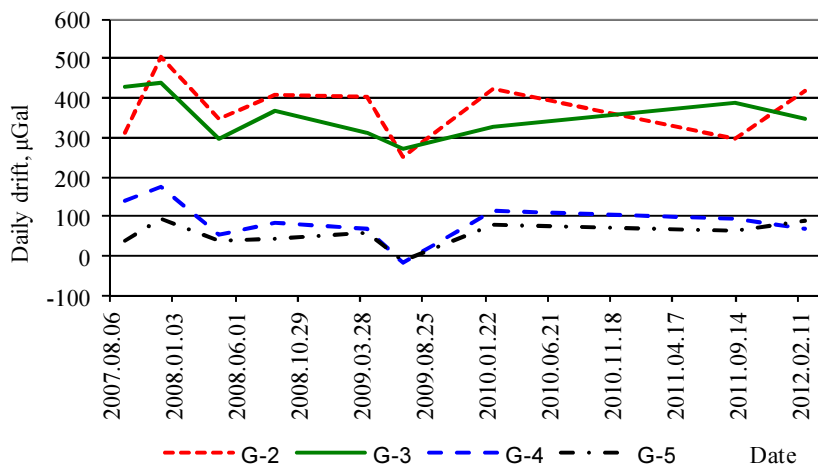
Year, month	G2	G3	G4	G5
2007.09	1.013 514	0.999 441	1.000 458	0.999 981
	−0.000 033	0.000 063	−0.000 054	−0.000 051
2007.12	1.013 427	0.999 607	1.000 315	0.999 847
	−0.000 023	−0.000 027	−0.000 005	0.000 001
2008.04	1.013 316	0.999 478	1.000 291	0.999 852
	−0.000 008	−0.000 047	0.000 010	−0.000 015
2008.08	1.013 284	0.999 277	1.000 334	0.999 787
	−0.000 018	−0.000 005	−0.000 022	−0.000 002
2009.04	1.013 144	0.999 238	1.000 171	0.999 771
	−0.000 020	−0.000 061	0.000 028	−0.000 044
2009.07	1.013 086	0.999 064	1.000 251	0.999 646
	−0.000 001	−0.000 003	−0.000 002	−0.000 001
2011.09	1.013 070	0.998 975	1.000 184	0.999 606
Maximum change	0.000 444	0.000 632	0.000 287	0.000 375



**Fig. S2.** The changes of the linear scale coefficients of the Scintrex CG-5 gravimeters



The ranges of the zero drifts changes do not exceed 200  $\mu\text{Gal}$  mostly. The daily zero drifts have the tendency to decrease in the periods between the seasons of measurements in 2007–2009. Therefore the daily gravimeter drifts could have tendency to increase (2007 and 2008) or decrease (2009) during the seasons of measurements.



**Fig. S3.** The changes of the daily zero drift of the gravimeters

The values of the linear calibration coefficients of the automatic quartz gravimeters Scintrex CG-5 were compared with mechanic gravimeters LaCoste & Romberg. It was revealed that hour drift of the automatic gravimeters usually do not exceed 10  $\mu\text{Gal}$ , and the drift of mechanic gravimeters can seek 25  $\mu\text{Gal}$ .

The determination of actual drift and calibration coefficients is an important moment for gravity data evaluation.

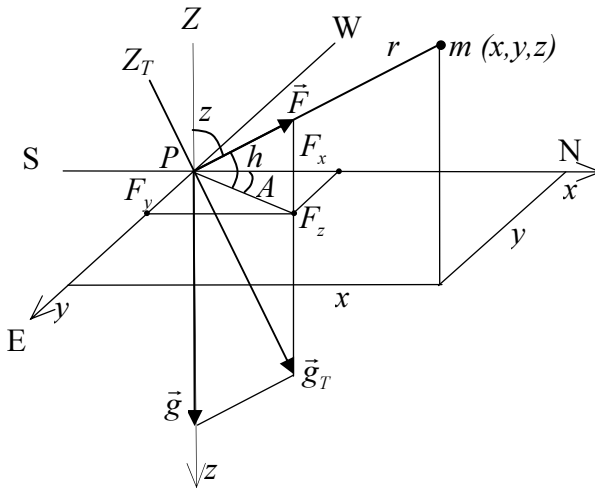
The anomalous gravity field is usually presented by gravity anomalies. Gravity anomalies, as the difference of normal and real gravity field, represent the non-homogeneity of the gravity very well. The free-air anomalies are usually used, also Bouguer anomalies are. The formulae for calculation of the anomalies are presented.

Geodetic, geophysical and other measurements of the Earth's surface are performed within the changing Earth's gravity field. There are various reasons due to which the Earth's gravity field changes. The changes are determined because of the effect of the celestial bodies, the position of the Earth's rotation axis in the Earth's body and the variations of the angular rotation velocity of the Earth, the shift of the Earth's masses, fluctuation of the ground water level and modifications of the soil moisture. The earthquakes or eruptions of the volcanoes modify the gravity field of the Earth, human activities such as the construction of huge water reservoirs or tunnels, mining industry operations, building of new structures etc. tend to initiate changes as well.

Variations in gravity field affect a variety of gravity elements: gravity vector value, direction of vertical, which defines the horizon coordinate system in which the meas-

urements are performed, position of equipotential surfaces and so on. Therefore, the results of the measurements tend to change as well. The geodetic instruments should be leveled in order to ensure a consistency between the vertical axes of the measuring instrument and the direction of the gravity force at a point of measurements. During data reduction to a certain epoch, or under certain conditions, while performing precise measurements it is necessary to evaluate changes in the gravity field.

In most cases only the gravity vector value changes are evaluated in measurements, and changes in the direction of vertical and gravity field equipotential surface deformation are not considered. Increasing accuracy of the measurements requires more precise assessment of these effects and takes into account all elements of the gravity field. Fig. S4 presents the coordinate system where gravity and disturbed gravity at the point  $P$  are shown when the body  $m$  has disturbing effect because of attraction force  $\vec{F}$ .



**Fig. S4.** The impact of the disturbing force

Various disturbing bodies can impact the non-homogeneity of the gravity field. First, the common form of disturbing potential is presented:

$$T = G \delta \iiint_v \frac{1}{r} dx dy dz. \quad (S1)$$

The projections of the disturbing potential to the axes are presented later. After that the disturbing effect of the body to gravity elements are obtained. The formulas describing an impact of disturbing force to gravity and components of the vertical deflection at the meridian  $\zeta$  and the prime vertical  $\eta$  are presented.

An impact to gravity :

$$\begin{aligned}
 dg = -G\delta & \left| x \ln \left( y + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \right) + y \ln \left( x + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \right) - \right. \\
 & \left. - z \arctan \left( \frac{xy}{z\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) \right|_{z_1}^{z_2} \bigg|_{y_1}^{y_2} \bigg|_{x_1}^{x_2}. \quad (S2)
 \end{aligned}$$

Vertical deflection component at the meridian:

$$\begin{aligned}
 \xi = -\frac{G\delta}{g} & \left| y \ln \left( z + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \right) + z \ln \left( y + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \right) - \right. \\
 & \left. - x \arctan \left( \frac{yz}{x\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) \right|_{x_1}^{x_2} \bigg|_{z_1}^{z_2} \bigg|_{y_1}^{y_2}. \quad (S3)
 \end{aligned}$$

Vertical deflection component at the prime vertical:

$$\begin{aligned}
 \eta = -\frac{G\delta}{g} & \left| x \ln \left( z + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \right) + z \ln \left( x + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \right) - \right. \\
 & \left. - y \arctan \left( \frac{xz}{y\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) \right|_{y_1}^{y_2} \bigg|_{z_1}^{z_2} \bigg|_{x_1}^{x_2}. \quad (S4)
 \end{aligned}$$

According to these formulae, the impact caused by the homogeneous disturbing body, which has a rectangular parallelepiped shape ( $3000 \times 1000 \times 15$  m,  $\delta = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ), to gravity field elements was evaluated.

The research showed that the disturbing effects of the body to gravity could be up to  $232 \text{ } \mu\text{Gal}$ , when the body is in 2 m. By increasing the distance till 202 m the effect was reduced to  $6 \text{ } \mu\text{Gal}$ . Such results show, that changes of masses of similar amounts may be relevant in carrying out precise gravimetric observations or during investigations of the Earth gravity variations. For example, in the precise gravimetric networks the accuracy of the conducted ballistic and static relative gravity measurements reaches the few  $\mu\text{Gal}$ , in gravimetric observatories, that employs the superconducting gravimeters, the accuracy is even the hundredths parts of  $\mu\text{Gal}$ .

In the middle of the body the vertical deflection at the meridian is 0, and by moving away from the centre of the body, it has the opposite sign and deviates up to  $0.11''$  near the end of the body (2 m). If disturbing body is in distance of about 200 m, the compo-

ment deviates about  $0.03''$ . An impact at the prime vertical component reaches its maximum at the middle of the body. The deviations of a vertical is about  $-0.21''$ , when the body is in 2 m, and  $-0.07''$ , when the body is about 200 m away. It is obvious, that the deviation by these amounts is significant for determination of the vertical deflection using modern techniques as the digital cameras for star observations or GNSS receivers.

### 3. Evaluation of the gravity field non-homogeneity

Detail information about gravity field can be achieved not only from gravity measurements but from gravimetric maps, too. When using such a map it is very important to know everything about data used for mapping. This is not only coordinate and height systems but also gravity system, Earth's crust density and so on. Again the accuracy of the gravity obtained from the map is important, because it defines the feasibility of data usage.

In Lithuania the Bouguer anomalies gravimetric 1:200 000 scale map is used for various purposes. This map was created based on gravimetric measurements performed in 1954–1962 when different coordinate, heights and gravity systems were used. That's why the assessment of gravimetric map accuracy is important.

Since 2007 the main Lithuanian geodetic activities were related to the development of the Lithuanian National Gravimetric Network. The National Gravimetric Network should implement unified gravity system in the territory of Lithuania and guaranty reliable connection with both other European and international gravity systems. Institute of Geodesy, VGTU was involved in establishment of the National Gravimetric Network. The development of the National Gravimetric Network was finished in 2009.

According to the latest gravimetric measurements performed at the points of zero, first and second order gravimetric network, an accuracy of gravimetric map and relation between gravity systems of Potsdam applied in the map and nowadays used LSS07 defined by the absolute gravity measurements were determined.

A digital gravity acceleration values correction model derived from the map was created. The model graphical representation is shown in Figure S5. The map corrections are shown by isolines drawn every 0.5 mGal.

By analyzing the data in Figure S5 we can note that there is a systematic error in some places in the map. The correction model can be used for revising gravity values derived from the map.

Geodetic measurements are performed in heterogeneous gravity field. Gravity field lines are of double curvature, and the equipotential surfaces have a complex shape. Geodetic measurements are related to the gravity field. Orthometric heights are calculated from one of the equipotential surface – geoid. Prior processing geodetic measurements first need to reduce them to a uniform coordinate system considering the non-homogeneity of the gravity field. In geodesy a gravity field is divided into the normal gravity field which is selectable and disturbed gravity field, which expresses the real gravity field deviation from the normal. Therefore the assessment of normal gravity field non-homogeneity is required.

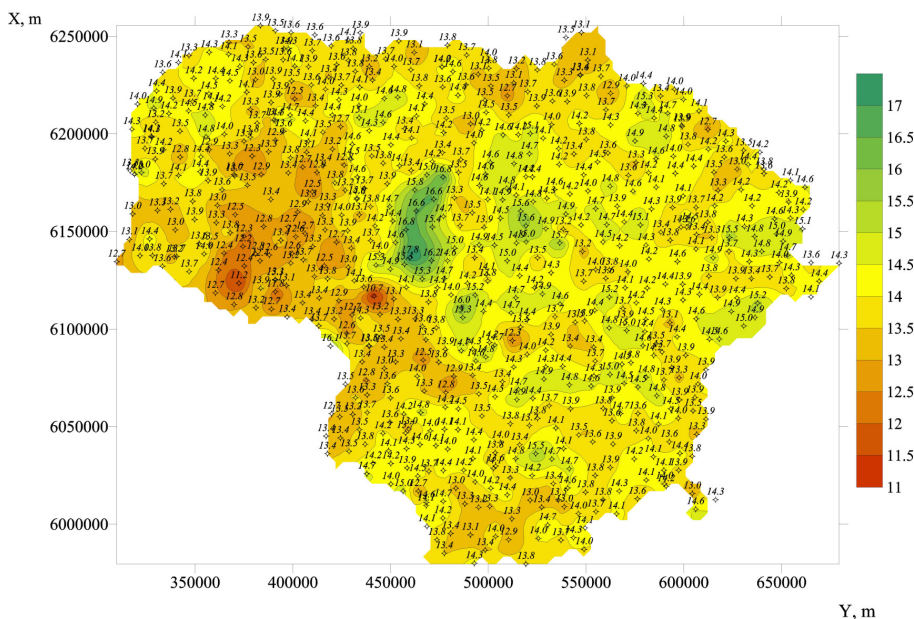


Fig. S5. Gravity acceleration differences (step 0.5 mGal)

Mostly general equipotential ellipsoid of the Earth is used as a normal gravity field, the geodetic heights are determined from it. Choosing the normal height system and evaluating normal height differences needs to assess the non-parallelity of the equipotential surfaces of the gravity field. Increasing the accuracy of geodetic measurements requires a more accurate assessment of non-parallelity of the equipotential surfaces. It is important for the development of modern geodetic basis, establishment of geodetic networks, geodetic works in unique objects (hydrotechnical equipment, tunnels, elementary particle accelerators, etc.) in the period of their construction and operation.

The accuracy of gravity values received from the map and correction model was estimated. For that aim the new gravity measurements data of 2010–2012 campaign at 228 geodetic vertical network points were used. The lines of the vertical network where the gravity measurements were carried out are shown in Figure S6.

Using both gravimetric map and a digital model of gravimetric map corrections data gravity acceleration was determined for all 203 points. The obtained mean square errors ( $m_{14}$  – according gravimetric map,  $m_{zz}$  – according a digital model of corrections) of gravity acceleration values at every line are represented in Table S2.

Investigation on the determination feasibility of the normal corrections using various gravimetric data is performed. The points of six lines of the 2<sup>nd</sup> order geodetic vertical network over all Lithuania (Fig. S6) where gravimetric measurements had been carried out were selected for research. The information from a map of Bouguer gravity anomaly was also used for determination of normal corrections.



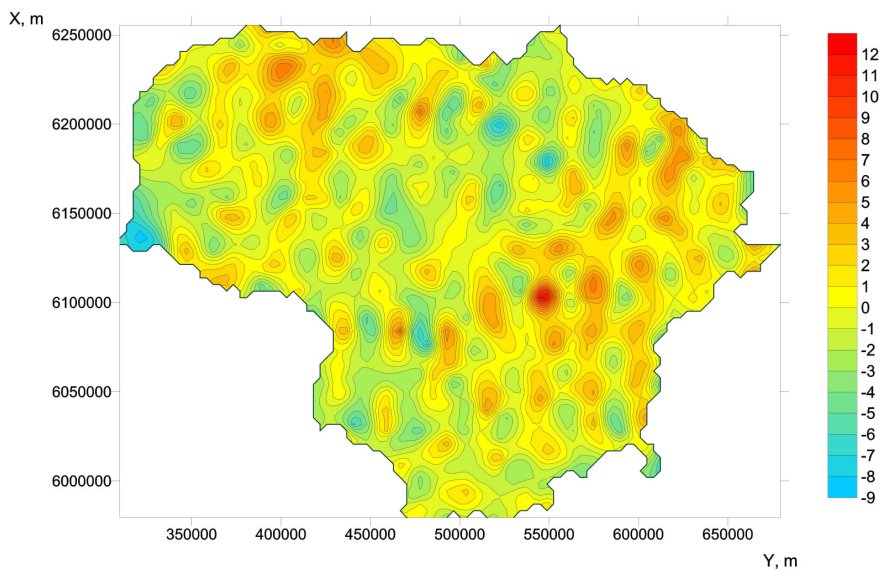
**Fig. S6.** Investigated levelling lines

**Table S2.** The errors of the gravity

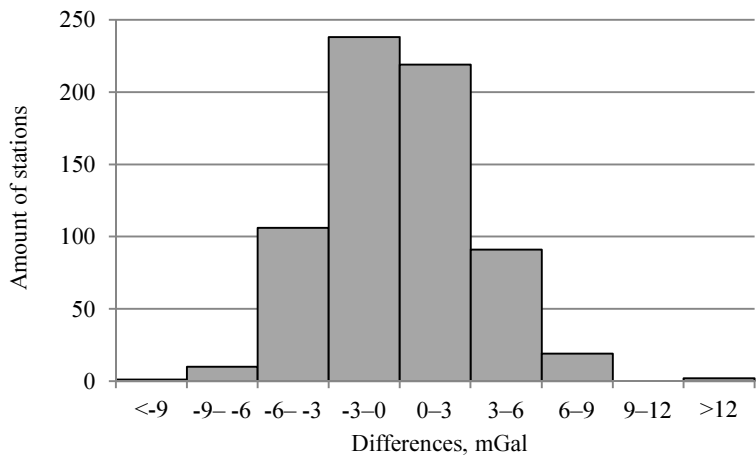
No.	Name of the line	$m_{14}$	$m_{zz}$
1	Pabradė–Gelednė	1.053	0.725
2	Alytus–Elektrėnai	0.651	0.529
3	Plungė–Stulgiai	0.856	0.337
4	Utena–Švenčionėliai	0.611	0.624
5	Vilnius–Šumskas	0.360	0.463
6	Visaginas–Varniškiai	0.580	0.434

A mean square error of gravity acceleration values obtained from calculation is 0.474 mGal. Normal corrections were calculated using gravity acceleration values obtained by above mentioned way. The difference from corrections, obtained only from gravimetric observations, was up to 0.01 mm.

The estimation of global gravity field models is introduced. Two models, one with satellite data only EIGEN-6S and next combined model EIGEN-6C were selected for the evaluation. The models were used to compute the Bouguer anomalies and to compare how they fit with anomalies obtained from gravimetric measurements (Fig. S7).



**Fig. S7.** Bouguer anomalies differences (in comparison with EIGEN-6C)



**Fig. S8.** Distribution of anomalies' differences

The results show that combined gravity model EIGEN-6C is quite reliable, the differences of anomalies are mostly distributed in the range from  $-3$  to  $+3$  mGal (Fig. S8), and the model based on satellite data only can't be used for the evaluation of gravity field, because the range of differences of Bouguer anomalies is too wide.

## General conclusions

1. On the basis of potential theory the non-homogeneity of gravity fields was examined, evaluating the curvature of plumblines and non-parallelity of the equipotential surfaces. An improved methodology for gravity reduction and determination of gravity anomalies is prepared, taking into account the changes of normal gravity fields, the density of the Earth's crust, as well as systems of gravity, coordinates and heights.
2. The investigation of the calibration coefficients of the automatic quartz gravimeters Scintrex CG-5 indicates that the maximum coefficient deviation from the scale unit is 0.013. The values of the coefficients during the five-year investigation period have the tendency to decrease. The maximum range of the calibration coefficient values is 0.000632. The rate of changes of the calibration coefficients has the tendency to increase during the period of field measurements, and to decrease between them. Therefore, it is appropriate to make the calibration before the measurement's season and after its completion, and the values of the calibration coefficients should be interpolated to the epoch of measurements.
3. The analysis of the gravimeters Scintrex CG-5 hour drift revealed that it does not exceed 10  $\mu\text{Gal}$  in many cases. In comparison with gravimeters LaCoste & Romberg, having a metal elastic system, the range of the hour zero drift's fluctuations reaches 25  $\mu\text{Gal}$ .
4. The proposed methodology for the measurements with the quartz automatic gravimeters, where measurements by two gravimeters are carried out, allows determine the gravity acceleration at the point with an average error of up to 10  $\mu\text{Gal}$ .
5. An improved methodology for the evaluation of the impact of disturbing potential to the gravity field elements coherent to geodetic measurements is prepared. The impact of homogeneous disturbing body, having a rectangular parallelepiped shape is investigated. The formulae not only for gravity change, but also for the components of vertical deflection at the meridian and prime vertical are acquired. The obtained formulae assess the impact of the disturbing body, having a rectangular parallelepiped shape or compounds of components of such shape, more accurately and easier compared with the terrain correction applied in geodesy and using a cylinder ring sectors. Formula for the evaluation of the impact on gravity change coincides with the one that authors get in geophysics for the solving of direct geophysical problem.
6. The evaluation of the gravimetric Bouguer anomalies 1:200 000 scale map of Lithuanian territory is carried out, using the gravity acceleration reduction methodology presented in the 2<sup>nd</sup> chapter of dissertation and the values of gravity acceleration obtained at the points of gravimetric network. The mean square error of gravity acceleration obtained from gravimetric map equal to 0.7 mGal was revealed. This comes to conclusion that the gravity acceleration



- was determined with an accuracy of less than 0.2–0.4 mGal which is referred in the gravimetric map.
7. A digital model of the differences of the gravity acceleration values determined from the gravimetric map and obtained from the measurements was made. It can be used to reduce the systematic errors of the map. The investigation on determination of gravity acceleration from the gravimetric map using a digital model shows the improvement of attained accuracy by up to 0.5 mGal (1.4 times).
  8. The average difference value between the gravity systems of Potsdam applied in the map and nowadays used LSS07 defined by the absolute gravity measurements is determined to be 13.93 mGal. In this way, recommended average difference between systems of 14.00 mGal was corrected in 70  $\mu$ Gal in Lithuanian territory.
  9. Revise of the gravimetric data in the territory of Lithuania used for determination of quasigeoid was carried out. The methodology of the presented gravity acceleration reduction and calculation of gravity anomalies, as well as digital gravity correction model and Lithuanian territory digital terrain model were used.
  10. The evaluation of the non-parallelity of equipotential surfaces shows that the errors of normal corrections obtained using only gravimetric map data reach 0.04 mm and in combination with the digital gravity correction model the errors decrease to 0.03 mm.
  11. The global gravity field models EIGEN-6S and EIGEN-6C were evaluated in Lithuanian territory comparing the Bouguer anomalies of the models with the ones obtained from gravity measurements. The results show that combined gravity model EIGEN-6C is quite reliable, the differences of anomalies are mostly distributed in the range from  $-3$  to  $+3$  mGal, and the model based on satellite data only is not accurate enough for the evaluation of detail gravity field.



---

## Priedai<sup>1</sup>

**A priedas.** Bendraautorių sutikimai teikti publikacijose skelbtą medžiagą mokslo daktaro disertacijoje

**B priedas.** Autorės mokslinių publikacijų disertacijos tema kopijos

---

<sup>1</sup> Priedai pateikiami elektroninėje laikmenoje

Rosita BIRVYDIENĖ

SUNKIO LAUKO NEVIENALYTIŠKUMO TYRIMŲ  
METODIKOS TOBULINIMAS

Daktaro disertacija

Technologijos mokslai,  
matavimų inžinerija (10T)

AN IMPROVEMENT OF A METHODOLOGY FOR THE RESEARCH OF  
GRAVITY FIELD NON-HOMOGENEITY

Doctoral Dissertation

Technological Sciences,  
Measurement Engineering (10T)

2014 11 17. 13,25 sp. l. Tiražas 20 egz.  
Vilniaus Gedimino technikos universiteto  
leidykla „Technika“,  
Saulėtekio al. 11, 10223 Vilnius,  
<http://leidykla.vgtu.lt>  
Spausdino UAB „Ciklonas“  
J. Jasinskio g. 15, 01111 Vilnius